


FONDO PIZZOFALCONE



PETITE

ENCYCLOPÉDIE

MATHÉMATIQUE.

Tout exemplaire qui ne sera pas revêtu de la signature de l'Auteur sera réputé contrefait, et comme tel déféré aux Tribunaux.

Peyrot

IMPRIMERIE ANTHELME BOUCHER,
RUE DES BONS-ENFANS, N°. 34.

PETITE ENCYCLOPÉDIE MATHÉMATIQUE,

A L'USAGE DES DEUX SEXES,

Contenant un Traité :

1°. D'ARITHMÉTIQUE; 2°. D'ALGÈBRE; 3°. DE GÉOMÉTRIE; 4°. DE TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE ET SPHÉRIQUE; 5°. DE SPHÈRE; 6°. DE MÉCANIQUE; 7°. DE PHYSIQUE; 8°. DE CHIMIE, ET DIVERS FRAGMENS DE SCIENCES QUI ONT UN RAPPORT PLUS OU MOINS IMMÉDIAT AVEC LES MATHÉMATIQUES;

PAR M. PEYROT,

Professeur de Mathématiques et de Langues anciennes et modernes.

SECONDE ÉDITION.

Cet Ouvrage renferme au-delà de ce qui est nécessaire pour être admis à l'École Polytechnique, et convient à tous les Jeunes Gens qui se destinent à la Marine, au Génie, aux Ponts-et-Chaussées, au Cadastre, aux Mines, à l'Architecture, à la Banque, au Commerce, etc.

TOME Ier.



A PARIS,

CHEZ
L'AUTEUR, rue Neuve-de-Luxembourg, n°. 15;
ANTHe. BOUCHER, Impr.-Libr., rue des Bons-Enfans, n°. 34;
DELAFOREST, Libraire, Place de la Bourse, rue des Filles-Saint-Thomas, n°. 7;
SERVIER, Libraire, rue de l'Oratoire, n°. 6;
BACHELIER, Libraire, quai des Augustins, n°. 55;
BÉCHET, Libraire, quai des Augustins, nos. 57 et 59.

1829.



PRÉFACE.

PERSUADÉ que l'on s'est plus occupé jusqu'ici de reculer les bornes des connaissances mathématiques que d'en aplanir les principes, je n'ai pas hésité à publier le fruit de mes longues veilles, dans la persuasion que beaucoup de principes fondamentaux des mathématiques élémentaires trouveraient, dans mes démonstrations, une clarté nécessaire à la plupart des jeunes gens qui, sans se vouer d'une manière particu-

lière à l'étude des mathématiques, embrassent des carrières qui leur imposent l'obligation de n'y être pas étrangers.

Il n'est personne qui n'ait été dans le cas de se convaincre que l'on n'a souvent la conscience de ce que l'on sait qu'autant que l'on s'est demandé à soi-même si on le sait, et qu'en connaissant quelquefois ce que l'on croyait ignorer, il arrive plus ordinairement encore d'ignorer ce que l'on croyait savoir.

Gouverné par cette idée, j'ai cru qu'il serait d'un avantage immense de reproduire le texte par des marginaux en forme de questions, et de ne rien omettre qui fût susceptible d'être ainsi représenté. Par ce moyen, l'élève ou le candidat se rend beaucoup plus facilement compte de ses idées, et se trouve moins embarrassé lorsque le moment est venu de subir un examen. Voilà pour la forme.

Quant aux principes, je me suis attaché, dans mon premier volume, à n'employer de moyens d'argumentation que ceux tirés de l'arithmétique proprement dite, ayant soigneusement

évité l'annotation algébrique que presque tous les auteurs ont introduite dans les proportions.

La théorie des proportions étant l'âme des mathématiques, j'ai dû chercher des démonstrations propres à ne rien laisser de vague dans l'esprit. Je crois y être parvenu en adoptant les moyens que m'offrent les fractions vulgaires. Je les ai disposées de manière à séparer les deux termes par une ligne verticale, au lieu d'une ligne horizontale, pour présenter ainsi le tableau des quatre termes d'une proportion placés sur une même ligne horizontale.

Cet arrangement m'a permis, dans la division des fractions, d'appeler termes *extérieurs* le numérateur du dividende et le dénominateur du diviseur; — et termes *intérieurs*, le dénominateur du dividende et le numérateur du diviseur.

Dans les proportions, les termes extérieurs prennent le nom d'*extrêmes*, et les termes intérieurs celui de *moyens*.

L'extraction de la racine carrée, et celle de la

racine cubique, avaient besoin de plus de développemens que l'on n'en trouve dans les ouvrages qui ont été publiés jusqu'ici; aussi n'ai-je rien épargné pour faire disparaître toutes les difficultés.

J'ai écarté de mon premier volume les fractions continues, les logarithmes, et les autres parties plus difficiles de l'arithmétique, que j'ai reléguées au commencement du second volume.

Le binome de Newton m'a paru traité d'une manière trop abstraite dans les auteurs que j'ai lus; j'ai mis tous mes soins pour éviter cet inconvénient, vu les grands secours qu'il offre à toutes les parties des mathématiques.

La trigonométrie rectiligne, et surtout la trigonométrie sphérique, méritaient toute mon attention. Cette dernière étant la clef de l'astronomie, nous ouvre les trésors de la science des corps célestes, qui nous fait goûter les plus pures jouissances, et nous pénètre de gratitude envers le souverain architecte de l'univers, qui a daigné nous tirer du néant pour nous faire admirer

sa haute sagesse dans le spectacle sublime des myriades de globes qui roulent dans l'espace.

L'étude de la mécanique et de la physique est une occupation aussi amusante qu'instructive, quand on est bien imbu des principes de mathématiques; j'en ai fait, ainsi que de la sphère, l'objet principal de mon troisième volume, et je n'ai rien avancé sans le prouver d'une manière rigoureuse.

Les deux sexes de toutes les classes peuvent étudier mon ouvrage, sans trouver de difficulté sérieuse; et c'est ici le lieu de répéter qu'on ne peut trop être étonné que l'on ait fait une loi au beau sexe de rester étranger aux plus nobles occupations de l'esprit, en disant qu'il est trop délicat pour se vouer au culte de la pensée, qui serait un fardeau pour lui, et qu'il est né pour d'autres soins. Pour moi, je crois que c'est lui faire un fort mauvais compliment, qu'il est loin de mériter, et que le bonheur des familles ne serait pas diminué si les personnes qui en font ordinairement le charme joignaient à leurs aimables qualités les connaissances solides que l'on

ne peut acquérir que dans les sciences exactes.

J'ai fait quelques innovations dans mon ouvrage, mais il en est une que je ne dois pas passer sous silence. Tous les mathématiciens ont employé une expression matériellement fausse, en disant que *dix* est dix fois *plus* grand que *un*, que *cent* est cent fois *plus* grand que *un*, et ainsi du reste. Autant vaudrait-il dire que *deux* est deux fois *plus* grand que *un*. Le nombre qui est deux fois plus grand que un c'est 3 et non pas 2. Il est temps de rectifier une expression si peu régulière dans la science la plus philosophique qui ait jamais existé; car quelque embarras que l'on puisse éprouver dans certains cas, par le rejet du mot *plus*, rien ne justifie l'emploi d'un mot qui représente ce qui n'est pas.

En multipliant un nombre par un autre, par 4 par exemple, on ne rend pas le premier *quatre* fois *plus grand*, comme disent tous les auteurs, mais *quatre* fois *aussi* grand qu'il l'était.

Je ne puis trop prémunir les jeunes lecteurs contre le défaut général où l'on est, quand on a

entrevu une vérité, de ne pas en poursuivre les conséquences, et de s'arrêter, pour ainsi dire, au seuil de la démonstration, pour courir plus vite à la recherche d'autres vérités. On croit par-là faire du chemin, et par cette précipitation on passe à côté des idées les plus fécondes en résultats. L'on finit par se dégoûter d'une science qui a toujours inspiré de la passion à celui qui l'a étudiée avec discernement, et l'on ruine ainsi son avenir par sa propre faute.



PETITE ENCYCLOPÉDIE MATHÉMATIQUE.

ARITHMÉTIQUE.



DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

1. Le mot *arithmétique* est grec, et signifie *nombre*.

Que signifie le mot arithmétique ?

L'arithmétique est donc la science des nombres ou du calcul.

Les nombres commencent par l'unité.

2. *L'unité* est une quantité à laquelle on compare d'autres quantités de la même espèce.

Qu'est-ce que l'unité ?

3. Un nombre *concret* est celui dont on désigne l'espèce d'unités. Ainsi cinq francs est un nombre concret.

Définition du nombre concret.

4. On appelle nombre *abstrait* celui dont on ne désigne pas l'espèce d'unités. Cinq est un nombre abstrait.

Définissez un nombre abstrait.

DE LA NUMÉRATION.

5. Voici comment s'énoncent les nombres depuis un jusqu'à cent :

Un, ou l'unité, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, dix-sept, dix-huit, dix-neuf,

vingt, vingt-un, vingt-deux, vingt-trois, vingt-quatre, vingt-cinq, vingt-six, vingt-sept, vingt-huit, vingt-neuf, trente, trente-un, trente-deux, trente-trois, trente-quatre, trente-cinq, trente-six, trente-sept, trente-huit, trente-neuf, quarante, quarante-un, quarante-deux, quarante-trois, quarante-quatre, quarante-cinq, quarante-six, quarante-sept, quarante-huit, quarante-neuf, cinquante, cinquante-un, cinquante-deux, cinquante-trois, cinquante-quatre, cinquante-cinq, cinquante-six, cinquante-sept, cinquante-huit, cinquante-neuf, soixante, soixante-un, soixante-deux, soixante-trois, soixante-quatre, soixante-cinq, soixante-six, soixante-sept, soixante-huit, soixante-neuf, soixante-dix, soixante-onze, soixante-douze, soixante-treize, soixante-quatorze, soixante-quinze, soixante-seize, soixante-dix-sept, soixante-dix-huit, soixante-dix-neuf, quatre-vingts, quatre-vingt-un, quatre-vingt-deux, quatre-vingt-trois, quatre-vingt-quatre, quatre-vingt-cinq, quatre-vingt-six, quatre-vingt-sept, quatre-vingt-huit, quatre-vingt-neuf, quatre-vingt-dix, quatre-vingt-onze, quatre-vingt-douze, quatre-vingt-treize, quatre-vingt-quatorze, quatre-vingt-quinze, quatre-vingt-seize, quatre-vingt-dix-sept, quatre-vingt-dix-huit, quatre-vingt-dix-neuf, cent.

Table de Multiplication.

Deux fois deux font quatre.
Deux fois trois font six.
Deux fois quatre font huit.

Deux fois cinq font dix.
Deux fois six font douze.
Deux fois sept font quatorze.
Deux fois huit font seize.
Deux fois neuf font dix-huit.
Deux fois dix font vingt.

Trois fois trois font neuf.
Trois fois quatre font douze.
Trois fois cinq font quinze.
Trois fois six font dix-huit.
Trois fois sept font vingt-un.
Trois fois huit font vingt-quatre.
Trois fois neuf font vingt-sept.
Trois fois dix font trente.

Quatre fois quatre font seize.
Quatre fois cinq font vingt.
Quatre fois six font vingt-quatre.
Quatre fois sept font vingt-huit.
Quatre fois huit font trente-deux.
Quatre fois neuf font trente-six.
Quatre fois dix font quarante.

Cinq fois cinq font vingt-cinq.
Cinq fois six font trente.
Cinq fois sept font trente-cinq.
Cinq fois huit font quarante.
Cinq fois neuf font quarante-cinq.
Cinq fois dix font cinquante.

Six fois six font trente-six.
Six fois sept font quarante-deux.
Six fois huit font quarante-huit.

Six fois neuf font cinquante-quatre.
Six fois dix font soixante.

Sept fois sept font quarante-neuf.
Sept fois huit font cinquante-six.
Sept fois neuf font soixante-trois.
Sept fois dix font soixante-dix.

Huit fois huit font soixante-quatre.
Huit fois neuf font soixante-douze.
Huit fois dix font quatre-vingts.

Neuf fois neuf font quatre-vingt-un.
Neuf fois dix font quatre-vingt-dix.
Dix fois dix font cent.
Dix fois cent font mille.
Mille fois mille font un million.
Mille fois un million font un billion ou milliard.
Mille fois un billion font un trillion.

Comment représente-t-on tous les nombres possibles?

6. On représente tous les nombres possibles par les dix caractères suivans que l'on appelle chiffres. Les neuf premiers portent le nom de *chiffres significatifs*, et le dixième celui de *zéro*,

Savoir :

1 un, ou l'unité.
2 deux.
3 trois.
4 quatre.
5 cinq.
6 six.
7 sept.

8 huit.

9 neuf.

0 zéro.

La valeur de chacun des chiffres, pris isolément, s'appelle *absolue*. Qu'est-ce que la valeur absolue d'un chiffre?

Le chiffre appelé zéro n'a pas de signification par lui-même; mais il sert à déterminer le rang des autres chiffres. Le zéro a-t-il une signification par lui-même?

7. La valeur d'un chiffre qui n'est pas au premier rang à droite, s'appelle *valeur de convention*. Quel nom donne-t-on à la valeur d'un chiffre qui n'est pas au premier rang à droite?

Les chiffres significatifs ne changent jamais de nom, c'est-à-dire qu'ils s'appellent toujours un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf; mais on leur accole un autre ou plusieurs autres noms pour indiquer leur changement de valeur, selon le rang qu'ils occupent.

Ainsi, le chiffre 1, quand il a un rang à sa droite, s'appelle *une* dixaine;—le même chiffre s'appelle *une* centaine, quand il a deux rangs à sa droite;—il s'appelle *un* mille quand il en a trois;—*une* dixaine de mille quand il en a quatre;—*une* centaine de mille quand il en a cinq;—*un* million quand il en a six, etc.

Exemple.

1re. valeur 1...... *un*.

2e. valeur 10...... *une* dixaine ou dix.

3e. valeur 100.... *une* centaine ou cent.

4e. valeur 1000... *un* mille.

5e. valeur 10000.. *une* dixaine de mille.

6e. valeur 100000.. *une* centaine de mille.

7e. valeur 1000000. *un* million.

Quelle est la valeur d'un chiffre par rapport à celle d'un pareil chiffre à sa droite?

8. On est convenu de donner à un chiffre quelconque une valeur décuple de celle qu'il aurait, si ce chiffre occupait le rang immédiatement à droite.

Que devient la valeur d'un chiffre à la droite duquel on ajoute un zéro?

9. L'addition d'un zéro à la droite d'un chiffre, du chiffre 1 par exemple, rend donc ce chiffre dix fois aussi grand qu'il l'était.

A quelle valeur porte-t-on un nombre à la droite duquel on ajoute deux zéros?

10. De même l'addition d'un zéro à la droite de cette seconde valeur rend cette seconde valeur dix fois aussi grande; or cette seconde valeur était déjà dix fois aussi grande que 1; elle sera donc dix fois dix fois, c'est-à-dire cent fois aussi grande que 1, et s'appellera alors troisième valeur; donc, en ajoutant deux zéros à la droite d'un nombre, on rend ce nombre cent fois aussi grand.

En ajoutant trois zéros à un nombre, que devient ce nombre?

11. En ajoutant un zéro à la droite de cette troisième valeur, on rendra cette troisième valeur dix fois aussi grande; mais cette troisième valeur était déjà cent fois aussi grande que 1; donc elle sera maintenant dix fois cent fois aussi grande que 1, c'est-à-dire qu'elle sera mille fois aussi grande que 1, et s'appellera quatrième valeur; donc, en ajoutant trois zéros à un nombre, on rend ce nombre mille fois aussi grand.

Que devient la valeur d'un nombre à la droite duquel on ajoute quatre zéros?

12. En ajoutant un zéro à la droite de cette quatrième valeur, on rendra cette quatrième valeur dix fois aussi grande; mais cette quatrième valeur était déjà mille fois aussi grande que 1; donc elle sera maintenant dix fois mille fois aussi grande que 1, c'est-à-dire qu'elle sera dix mille

fois aussi grande que 1, et s'appellera cinquième valeur; donc en ajoutant quatre zéros à la droite d'un nombre, on rend ce nombre dix mille fois aussi grand.

13. Si j'ajoute un zéro à droite de cette cinquième valeur, je rendrai cette cinquième valeur dix fois aussi grande; mais cette cinquième valeur était déjà dix mille fois aussi grande que 1; donc elle sera maintenant dix fois dix mille fois aussi grande que 1, c'est-à-dire qu'elle sera cent mille fois aussi grande que 1, et s'appellera sixième valeur; donc en ajoutant cinq zéros à la droite d'un nombre, on rend ce nombre cent mille fois aussi grand.

En ajoutant cinq zéros à un nombre, que devient ce nombre?

14. En ajoutant un zéro à droite de cette sixième valeur, on rendra cette sixième valeur dix fois aussi grande; mais cette sixième valeur était déjà cent mille fois aussi grande que 1; donc elle sera maintenant dix fois cent mille fois aussi grande que 1, c'est-à-dire qu'elle sera (voyez la table de multiplication) un million de fois aussi grande que 1, et s'appellera septième valeur; donc en ajoutant six zéros à la droite d'un nombre, on rend ce nombre un million de fois aussi grand.

A quelle valeur porte-t-on un nombre à la droite duquel on ajoute six zéros?

15. On continuerait le même raisonnement pour l'addition d'un nombre quelconque de zéros à la droite d'un nombre, et l'on peut dire en général qu'en ajoutant à un nombre une quantité quelconque de zéros, on rend ce nombre autant

Que devient la valeur d'un nombre à la droite duquel on a ajouté un nombre quelconque de zéros?

de fois aussi grand que l'indique le nombre de zéros précédés du chiffre 1.

Comment prépare-t-on un nombre pour l'articuler?

16. Pour articuler plus aisément un nombre, on le partage en tranches de trois chiffres par une virgule, en commençant par la droite.

Comment s'appellent respectivement la première, la deuxième, la troisième, la quatrième, la cinquième tranche d'un nombre?

La première tranche à droite s'appelle *tranche des unités absolues*, la seconde *tranche des mille*, la troisième *tranche des millions*, la quatrième *tranche des billions*, la cinquième *tranche des trillions*, etc.

Après avoir distribué un nombre en tranches de trois chiffres, comment procède-t-on?

Cette préparation faite, on parcourt tous les chiffres un à un, à partir de la droite, en disant: nombre, dixaine, centaine, mille, dixaine de mille, centaine de mille, million, dixaine de millions, centaine de millions, billion (ou milliard), dixaine de billions, centaine de billions, trillion, dixaine de trillions, centaine de trillions, etc., en s'arrêtant à l'expression qui désigne le dernier chiffre à gauche.

Quels sont les élémens dont se compose chaque tranche d'un nombre?

17. Chaque tranche d'un nombre est donc composée de trois élémens, savoir: d'unités, de dixaines et de centaines.

Le premier élément à droite s'appelle celui des unités, le second celui des dixaines, le troisième celui des centaines.

Proposons-nous un nombre composé de cinq tranches, 111,111,111,111,111, par exemple. On l'articulera ainsi: cent onze TRILLIONS, cent onze BILLIONS, cent onze MILLIONS, cent onze MILLE, cent onze

On voit que dans chaque tranche on ne pro-

nonce que des centaines, des dixaines et des unités, car cent onze est composé d'une centaine, d'une dixaine et d'une unité de *trillions*; — la seconde tranche d'une centaine, d'une dixaine et d'une unité de *billions*;— la troisième tranche d'une centaine, d'une dixaine et d'une unité de *millions*;—la quatrième tranche d'une centaine, d'une dixaine et d'une unité de *mille*; — enfin dans la cinquième tranche, qui est celle des unités absolues, on n'a rien à ajouter après avoir prononcé les trois élémens qui sont communs à toutes les tranches, savoir : les centaines, les dixaines et les unités, quand il n'est question que de nombres abstraits; mais quand il s'agit de nombres concrets, on ajoute l'espèce du nombre concret. S'il est question de francs, par exemple, on ajoute le mot *francs*; s'il est question de mètres, on ajoute le mot *mètres*.

Le zéro n'étant pas un chiffre significatif, laisse sans expression le rang de la tranche où il se trouve; lors donc qu'il occupe la place des centaines, il n'y a pas de centaines; lorsqu'il se trouve à la place des dixaines, il n'y a pas de dixaines; lorsqu'il est à la place des unités, il n'y a pas d'unités.

Ainsi le nombre suivant :

101,010,110,001,101 s'énoncera de cette manière : cent un TRILLIONS, dix BILLIONS, cent dix MILLIONS, MILLE, cent un;— où l'on voit que la première tranche à gauche n'a pas de dixaines, la seconde ni centaines ni unités, la troisième pas d'unités, la quatrième ni centaines ni dixaines

(l'unité est sous-entendue), la cinquième pas de dixaines.

Quelle est la valeur d'un chiffre quelconque par rapport à tous les chiffres ensemble qui sont à sa droite?

18. Un chiffre quelconque pris dans un nombre, quand ce ne serait que le chiffre 1, vaut à lui seul plus que tous les chiffres ensemble qui sont à sa droite.

Pour rendre cette vérité sensible, je vais prendre le nombre 1,999,999,999, composé de quatre tranches, dont la dernière est par conséquent celle des billions, et dont les précédentes ont les chiffres les plus él evés qu'elles puissent avoir.

Le chiffre 1, qui désigne un billion, surpasse d'un million la tranche de 999 millions, puisqu'il faut mille millions (voyez la table de multiplication) pour faire un billion; ce million de surplus surpasse d'un mille la tranche de 999 mille, puisqu'il faut mille fois mille (voyez la table de multiplication) pour faire un million; ce mille de surplus surpasse d'une unité la tranche de 999, puisqu'il manque à cette tranche 1 pour faire mille.

Quoique l'on donne particulièrement le nom d'*unité* au premier élément qui commence chaque tranche, à partir de la droite, on sent que l'on peut aussi donner ce nom au deuxième et troisième élément de chaque tranche; ainsi l'on dira: deux, trois, quatre, etc., unités de dixaines, deux, trois, quatre, etc., unités de centaines; deux, trois, quatre, etc., unités de dixaines de

mille; deux, trois, quatre, etc., unités de centaines de mille, et ainsi de suite.

Donc tous les chiffres d'un nombre peuvent s'appeler des unités, mais il faut avoir soin, en les articulant, d'indiquer à quel ordre elles appartiennent, et il ne faut pas perdre de vue que les unités d'un ordre quelconque valent dix fois autant que les unités de l'ordre immédiatement à droite.

Il est bon que les commençans s'exercent à la décomposition des nombres; et dans ce but nous allons analyser chaque chiffre d'un nombre pris au hasard, par exemple de 354,678,429.

On peut d'abord traduire ce nombre en toutes lettres de cette manière :

1°. Trois cents millions.
2°. Cinquante millions.
3°. Quatre millions.
4°. Six cent mille.
5°. Soixante-dix mille.
6°. Huit mille.
7°. Quatre cents.
8°. Vingt.
9°. Neuf.

Une unité du premier chiffre à gauche 3, vaut dix unités du rang qui est à droite; mais le rang qui est à droite se compose d'unités qui représentent des dixaines de millions; donc une unité du premier chiffre vaut 10 dixaines de millions; le premier chiffre étant 3 vaut donc 3 fois 10 ou 30 dixaines de millions; réunissant ces 30 unités

de dixaines de millions aux 5 unités de dixaines de millions, j'ai donc 35 unités de dixaines de millions.

Une unité de dixaine de millions valant 10 unités du rang qui est à droite, mes 35 unités de dixaines de millions vaudront 10 fois 35 unités du rang qui est à droite, c'est-à-dire (§. 8) 350 unités du rang qui est à droite; mon rang à droite étant des unités de millions, mes 350 unités seront donc 350 unités de millions; et comme le rang des unités de millions est occupé par le chiffre 4, cela me fait 354 unités de millions.

Une unité de million valant 10 unités du rang qui est à droite, mes 354 unités de millions vaudront 10 fois 354 unités du rang qui est à droite, c'est-à-dire (§. 8) 3540 unités du rang qui est à droite; mon rang à droite étant des unités de centaines de mille, mes 3540 unités seront donc 3540 unités de centaines de mille; et comme le rang des unités de centaines de mille est occupé par le chiffre 6, cela me fait 3546 unités de centaines de mille.

Une unité de centaine de mille valant dix unités du rang qui est à droite, mes 3546 unités de centaines de mille vaudront 10 fois 3546 unités du rang qui est droite, c'est-à-dire (§. 8) 35460 unités du rang qui est à droite; mon rang à droite étant des unités de dixaines de mille, mes 35460 unités seront donc 35460 unités de dixaines de mille; et comme le rang des unités de dixaines

de mille est occupé par le chiffre 7, cela me fait 35467 unités de dixaines de mille.

Une unité de dixaine de mille valant dix unités du rang qui est à droite, mes 35467 unités de dixaines de mille vaudront 10 fois 35467 unités du rang qui est à droite, c'est-à-dire (§. 8) 354670 unités du rang qui est à droite; mon rang à droite étant des unités de mille, mes 354670 unités seront donc 354,670 unités de mille; et comme le rang des unités de mille est occupé par le chiffre 8, cela me fait 354,678 unités de mille.

Une unité de mille valant dix unités du rang qui est à droite, mes 354,678 unités de mille vaudront 10 fois 354,678 unités du rang qui est à droite, c'est-à-dire (§. 8) 3,546,780 unités du rang qui est à droite; mon rang à droite étant des unités de centaines, mes 3,546,780 unités seront donc 3,546,780 unités de centaines; et comme le rang des unités de centaines est occupé par le chiffre 4, cela me fait 3,546,784 unités de centaines.

Une unité de centaine valant dix unités du rang qui est à droite, mes 3,546,784 unités de centaines vaudront 10 fois 3,546,784 unités du rang qui est à droite, c'est-à-dire (§. 8) 35,467,840 unités du rang qui est à droite; mon rang à droite étant des unités de dixaines, mes 35,467,840 unités seront donc 35,467,840 unités de dixaines; et comme le rang des unités de dixaines est occupé par le chiffre 2, cela me fait 35,467,842 unités de dixaines.

Une unité de dixaine valant dix unités abso-

lues, mes 35,467,842 unités de dixaines vaudront 10 fois 35,467,842 unités absolues, c'est-à-dire (§. 8) 354,678,420 unités absolues; et comme le rang des unités absolues est occupé par le chiffre 9, cela me fait 354,678,429 unités absolues. Mais quand on arrive au dernier chiffre on évite d'articuler l'espèce d'unités.

Questions.

Comment écrit-on en chiffres :

1°. Quarante-neuf?

2°. Trois cent quatre-vingt-dix-sept?

3°. Huit mille deux cent dix?

4°. Vingt-cinq mille sept cent quatre-vingt-quatorze?

5°. Cinq cent quarante mille quatre cent quatre-vingt-trois?

6°. Quatre millions trois cent soixante mille cent huit?

7°. Quatre cent sept millions trois cent cinquante-quatre mille quatre-vingt-douze?

8°. Vingt-deux billions neuf cent dix millions soixante-trois mille cent quarante?

En sachant la table de multiplication donnée au n°. 5, il est aisé de résoudre les questions précédentes. Quarante-neuf, par exemple, (première question) est composé de quatre fois dix plus neuf; or, un chiffre valant dix fois autant à la place qu'il occupe que s'il était à droite, il est clair que le chiffre 4 vaudra quarante, en lui faisant occuper le second rang à gauche. Il suffit maintenant de placer le

chiffre 9 au premier rang à droite pour avoir quarante-neuf exprimé en chiffres.

La seconde question, trois cent quatre-vingt-dix-sept, renferme les trois élémens qui composent une tranche complète, savoir: des centaines, des dixaines et des unités, et j'y vois trois centaines, neuf dixaines et sept unités. Je place donc le chiffre 7 au premier rang, le chiffre 9 au second rang à gauche, le chiffre 3 au troisième rang.

La troisième question, huit mille deux cent dix, renferme la première tranche à droite d'un nombre, plus le premier élément de la seconde tranche, et j'y vois huit nnités de la seconde tranche, deux centaines, une dixaine et point d'unités de la première tranche; je place donc le chiffre 0 au premier rang à droite, le chiffre 1 au second rang, le chiffre 2 au troisième rang, le chiffre 8 au quatrième rang.

Il est inutile d'étendre plus loin ce raisonnement; mais je vais préparer le lecteur à écrire un nombre quelconque, en lui proposant les questions suivantes :

Questions.

1°. Quelle est la valeur de 5 dans 45,694?
2°. Quelle est la valeur de 9?
3°. Quelle est la valeur de 6?
4°. Quelle est la valeur de 4?
5°. Quelle est la valeur de 6 dans 2,360,108?
6°. Quelle est la valeur de 3?
7°. Quelle est la valeur de 4 dans 457,256,092?
8°. Quelle est la valeur de 9?

9°. Quelle est la valeur de 7?

10°. Quelle est la valeur du second élément 2 dans la quatrième tranche à gauche de 22,910,063,140?

11°. Quelle est la valeur de 1 dans la troisième tranche à gauche?

12°. Quelle est la valeur de 6?

A quel nombre se réduisent les opérations que l'on peut faire en arithmétique?

18. Toutes les opérations que l'on peut faire en arithmétique se réduisent à quatre, savoir: l'addition, la soustraction, la multiplication, et la division.

DE L'ADDITION DES NOMBRES ENTIERS.

Définissez un nombre entier.

19. Un nombre entier est l'unité, ou seule, ou répétée un nombre quelconque de fois.

Que signifie le mot additionner?

20. L'addition est une opération par laquelle on réunit en un seul total ou somme deux ou plusieurs nombres : on appelle cela *additionner*.

Qu'appelle-t-on somme.

On appelle donc *somme* la réunion de deux ou plusieurs nombres.

De quel côté commence-t-on pour faire une addition?

21. Pour additionner un nombre avec un ou plusieurs autres nombres, il est nécessaire que les unités de même ordre soient placées sur la même ligne verticale, et pour plus de commodité on est convenu de commencer par la droite, afin de pouvoir retenir chaque collection de dix unités d'un ordre quelconque, et transporter cette retenue sur la colonne à gauche, en vertu de la loi de numération qui veut qu'un chiffre à gauche vaille dix fois autant que s'il était à droite.

Soit proposé d'additionner les nombres 54, 8, 29, 542, 464; on les dispose de cette manière :

	54
	8
	29
	542
	464
Somme.	1097

Je dis 4 et 8 font 12 et 9 font 21 et 2 font 23 et 4 font 27; mais je ne puis jamais écrire un chiffre supérieur à 9; je classe donc ces 27 unités en 2 dixaines et 7 unités; j'écris 7 unités au bas de la première colonne, et je retiens 2 dixaines ou 2 unités de dixaines que j'ajoute à la colonne suivante.

Je continue en disant : 2 de retenus et 5 font 7 et 2 font 9 et 4 font 13 et 6 font 19; je pose 9, et retiens une unité de dixaine.

En continuant mon opération, je dis : 1 de retenu et 5 font 6 et 4 font 10; je pose 0 et 1 à côté.

La somme est donc mille quatre-vingt-dix-sept, et contient une unité de mille, point d'unités de centaines, 9 unités de dixaines, et 7 unités absolues.

22. On appelle nombres *additifs* les différens nombres qui concourent à former un total ou somme. Qu'appel'e-t-on nombres additifs ?

PREUVE DE L'ADDITION.

23. On fait la preuve de l'addition en com- Comment fait-on la preuve de l'addition?

mençant par la gauche, et retranchant la totalité de chaque colonne verticale de la partie qui lui répond dans la somme; on écrit au-dessous le reste, qu'on considère comme des dixaines, pour le joindre par la pensée au chiffre suivant de la somme; le dernier reste, joint au dernier chiffre de la somme, doit être égal à la totalité de la dernière colonne verticale. S'il n'en est pas ainsi, on a la certitude que l'opération est fausse.

Nous avons vu ci-dessus que les 5 nombres

	54
	8
	29
	542
	464
ont pour somme	1097

Pour savoir si cette somme 1097 est juste, je dis 5 et 4 font 9, retranchés de 10, il reste 1, que je pose au-dessous. Je considère maintenant 1 comme une dixaine par rapport au chiffre suivant 9, ce qui me fait 19, et je dis : 5 et 2 font 7 et 4 font 11 et 6 font 17, retranchés de 19, il reste 2, que je pose au-dessous. Je considère maintenant 2 comme 2 dixaines par rapport au chiffre suivant 7, ce qui me fait 27, et je dis; 4 et 8 font 12 et 9 font 21 et 2 font 23 et 4 font 27, retranchés de 27, il reste 0. J'en conclus que mon opération est juste.

La méthode par laquelle on fait la preuve de l'addition est donc une soustraction, mais elle est si simple qu'on ne peut lui objecter d'intervertir

l'ordre des matières, et d'employer un moyen auquel on n'est pas encore arrivé.

DE LA SOUSTRACTION DES NOMBRES ENTIERS.

24. La soustraction est une opération par laquelle on cherche la différence qui existe entre deux nombres, en retranchant le plus petit du plus grand.

Qu'est-ce que la soustraction ?

Cette différence s'appelle aussi *reste* ou *excès*.

Comment appelle-t-on le résultat de la soustraction?

Pour faire cette opération on place le plus petit nombre au-dessous du plus grand, de manière que les unités de même ordre se trouvent sur la même ligne verticale comme dans l'addition.

On retranche successivement le chiffre inférieur du chiffre supérieur, en commençant par la droite; et lorsque le chiffre inférieur se trouve plus fort, on emprunte une unité qui vaut dix à son voisin à gauche.

Que fait-on lorsque dans une soustraction le chiffre inférieur est plus fort que le chiffre supérieur?

Exemple.

Retrancher de 724,385
543,596

Reste 180,789

Détail de l'opération.

De 5 retranché 6 ne se peut; j'en emprunte sur le 8 un qui vaut 10 et 5 font 15; de 15 retranché 6, il reste 9.

Ayant emprunté un sur le 8, il ne vaut plus que 7.

De 7 retranché 9, ne se peut; j'en emprunte

sur le 3 un qui vaut 10 et 7 font 17; de 17 retranché 9, il reste 8.

De 2 retranché 5, ne se peut; j'en emprunte sur le 4 un qui vaut 10 et 2 font 12; de 12 retranché 5, il reste 7.

De 3 retranché 3, il reste 0.

De 2 retranché 4, ne se peut; j'en emprunte sur le 7 un qui vaut 10 et 2 font 12; de 12 retranché 4, il reste 8.

De 6 retranché 5, il reste 1.

J'ai donc pour reste 180,789.

Autre Exemple.

Retrancher de	780,004
	598,435
Reste	181,569

Détail de l'opération.

De 4 retranché 5, ne se peut.

Ici il faudrait que je fisse un emprunt sur le chiffre suivant, mais on n'en peut faire sur un zéro; et comme il y en a 3 de suite, je suis obligé de faire mon emprunt au quatrième rang à partir du second; j'y trouve le chiffre 8, qui vaut par conséquent (voyez le §. 18) 8 mille unités de dixaines; or comme j'emprunte une unité de dixaine, ces 8 mille unités de dixaines se réduisent à 7999 unités de dixaines; donc mon 8 devient 7, et mes trois zéros deviennent chacun 9.

Je dis donc : de 4 retranché 5, ne se peut; j'en emprunte sur le 8 un qui vaut 10 et 4 font 14; de 14 retranché 5, il reste 9.

De 9 retranché 3, il reste 6.

De 9 retranché 4, il reste 5.

De 9 retranché 8, il reste 1.

De 7 retranché 9, ne se peut; j'en emprunte sur le 7 un qui vaut 10 et 7 font 17; de 17 retranché 9, il reste 8.

De 6 retranché 5, il reste 1.

J'ai donc pour reste 181,569.

PREUVE DE LA SOUSTRACTION.

Après avoir trouvé la différence qui existe entre deux nombres, pour s'assurer que l'opération est juste, il faut additionner la différence avec le plus petit nombre. On doit trouver pour somme le plus grand des deux nombres. Comment s'assure-t-on que la soustraction est juste?

Ainsi la preuve de la soustraction se fait par l'addition. Comment s'appelle l'opération par laquelle on fait la preuve de la soustraction?

Questions.

1°. Quelle est la différence des nombres 7504 et 3049?

2°. De combien 60044 surpasse-t-il 39928?

3°. Quel est l'excès de 5009 sur 3399?

4°. J'ai prêté 4054 francs; l'on m'a rendu à compte 97 francs; combien me reste-t-il dû?

5°. Combien faut-il ajouter à 38404 francs pour faire 77008 francs?

6°. De combien 2004 est-il plus petit que 28929?

DE LA MULTIPLICATION DES NOMBRES ENTIERS.

25. La multiplication est une opération par laquelle on répète un nombre autant de fois qu'un autre contient l'unité. Qu'est-ce que la multiplication?

Comment s'appelle le nombre que l'on multiplie et celui par lequel on le multiplie ?

Le nombre que l'on multiplie s'appelle *multiplicande*, celui par lequel on le multiplie s'appelle *multiplicateur*.

Quel nom porte le résultat de la multiplication ?

Le résultat que l'on trouve par cette opération s'appelle *produit*.

Par quel nom commun désigne-t-on le multiplicande et le multiplicateur ?

Le multiplicande et le multiplicateur portent aussi le nom commun de facteurs du produit.

Peut-on se servir indifféremment du multiplicande comme multiplicateur et du multiplicateur comme multiplicande ?

26. On est libre de prendre pour multiplicande le multiplicateur, et réciproquement de prendre pour multiplicateur le multiplicande. Cette substitution ne change pas le produit.

Nous admettons ce principe comme axiôme (1) pour le moment, nous réservant de le démontrer dans le supplément qui se trouve au commencement du second volume.

Change-t-on le produit d'un nombre en changeant l'ordre de ses facteurs.

Nous posons encore momentanément comme axiôme que l'on peut multiplier plusieurs nombres les uns par les autres, dans un ordre quelconque, sans en altérer le produit qui doit toujours être le même. Nous le démontrerons aussi dans le supplément.

Exemple.

Soient les nombres 3, 6, 9, à multiplier l'un par l'autre ; je dis que quel que soit l'ordre dans lequel on les multiplie, leur produit sera toujours 162.

Ainsi $3 \times 6 \times 9 = 162$ (2).

(1) Un axiôme est une vérité si évidente par elle-même, qu'elle n'a pas besoin de démonstration.

(2) Le signe $\times$ signifie *multiplié par*; le signe $=$ signifie *est égal à*.

$3 \times 9 \times 6 = 162.$
$6 \times 9 \times 3 = 162.$
etc., etc.

Quand il ne s'agit que de multiplier l'un par l'autre deux nombres composés d'un seul chiffre, l'on n'a pas besoin de les écrire; il ne faut que savoir la table de multiplication donnée au paragraphe 4.

Si le multiplicande a plusieurs chiffres, et le multiplicateur un seul, on place le multiplicateur au-dessous du premier chiffre à droite du multiplicande, et on effectue la multiplication en allant de droite à gauche; à chaque produit partiel on retient le nombre des dixaines trouvées pour les porter au rang immédiatement à gauche.

Exemple.

Multiplier 75684
par 6

Produit = 454104

Détail de l'opération.

4 fois 6 font 24; je pose 4 et retiens 2 dixaines; 6 fois 8 font 48, et 2 dixaines de retenues font 50; je pose 0 et retiens 5 dixaines; 6 fois 6 font 36 et 5 dixaines de retenues font 41; je pose 1 et retiens 4 dixaines; 5 fois 6 font 30 et 4 dixaines de retenues font 34; je pose 4 et retiens 3 dixaines; 6 fois 7 font 42 et 3 dixaines de retenues font 45; je pose 5 et retiens 4 dixaines; et comme la multiplication est épuisée, je pose 4 dixaines à côté de 5.

J'ai donc pour produit le nombre 454,104.

Pour combien un chiffre quelconque est-il compté par rapport au rang immédiatement à sa droite ?

L'on voit qu'un chiffre pris dans un rang quelconque est compté pour autant de dixaines du rang immédiatement à sa droite que ce chiffre contient de fois l'unité, d'après le principe établi au paragraphe 8.

En multipliant deux chiffres l'un par l'autre, lequel articule-t-on comme multiplicateur, et par conséquent le premier ?

L'on voit aussi qu'en multipliant deux chiffres l'un par l'autre, on articule toujours comme multiplicateur (et par conséquent le premier) le plus faible des deux, parce qu'il est plus dans l'ordre des idées de dire, par exemple, deux fois 4 que de dire 4 fois 2, quoique le produit soit le même, et parce que c'est dans cet ordre que l'on apprend la table de multiplication.

Lequel de deux nombres est-il plus commode dans la pratique de prendre pour multiplicateur ?

Je répèterai qu'il est indifférent lequel de deux nombres on prenne pour multiplicande ou pour multiplicateur, quant au résultat, mais il est plus commode dans la pratique de prendre pour multiplicateur celui des deux nombres qui a le moins de chiffres.

Lorsque le multiplicateur a plus d'un chiffre, le principe de la multiplication n'en est pas changé pour cela. Pour la commodité de l'opération, on place le chiffre des unités absolues du multiplicateur sous le chiffre des unités absolues du multiplicande, et les autres chiffres à la suite à gauche.

On doit multiplier tous les chiffres du multiplicande par chacun des chiffres du multiplicateur.

Des unités absolues, multipliées par des unités de dixaines, produisent nécessairement des unités de dixaines; donc le premier chiffre à droite

du multiplicande, multiplié par le second chiffre à gauche du multiplicateur, donne pour produit des unités de dixaines; donc ces unités de dixaines doivent occuper le second rang.

Des unités de dixaines, multipliées par des unités de dixaines, produisent des unités de centaines, puisque dix fois dix font cent (voyez la table de multiplication); donc le second chiffre du multiplicande, multiplié par le second chiffre du multiplicateur, donne pour produit des unités de centaines; donc ces unités de centaines doivent occuper le troisième rang.

Des unités de centaines multipliées par des unités de dixaines, produisent des unités de mille, puisque dix fois cent font mille (voyez la table de multiplication); donc le troisième chiffre du multiplicande, multiplié par le second chiffre du multiplicateur, donne pour produit des unités de mille; donc ces unités de mille doivent occuper le quatrième rang.

Des unités de mille multipliées par des unités de dixaines, produisent des unités de dixaines de mille, puisque dix fois mille font dix mille; donc le quatrième chiffe du multiplicande, multiplié par le second chiffre du multiplicateur, donne pour produit des unités de dixaines de mille; donc ces unités de dixaines de mille doivent occuper le cinquième rang.

Des unités de dixaines de mille multipliées par des unités de dixaines, produisent des unités de centaines de mille, puisque dix fois dix mille font cent mille; donc le cinquième chiffre

du multiplicande, multiplié par le second chiffre du multiplicateur, donne pour produit des unités de centaines de mille; donc ces unités de centaines de mille doivent occuper le sixième rang.

Voilà le raisonnement qu'on appliquerait à la multiplication de deux nombres dont le multiplicande serait composé de cinq chiffres, et le multiplicateur de deux chiffres.

Proposons-nous de multiplier

	45674
par	56
	274044
	228370
Produit	2,557,744

J'ai commencé par multiplier tous les chiffres du multiplicande par le premier chiffre du multiplicateur 6, ce qui a produit 274044; j'ai multiplié ensuite tous les chiffres du multiplicande par le second chiffre du multiplicateur 5, ce qui a produit 228,370 unités de dixaines, c'est-à-dire 10 fois 228,370 ou 2,283,700. Si 228,370 était un nombre isolé, il n'exprimerait que des unités absolues; mais comme il se trouve avec un autre nombre qui a un rang de plus à sa droite, il exprime des unités de dixaines; ainsi il est inutile de mettre à sa droite un o.

Prenons le même multiplicande avec un multiplicateur qui ait un chiffre de plus que ci-dessus, l'opération ne sera pas plus difficile.

Exemple.

Multiplier	45674
ar	256
	274044
	228370
	91348
Produit	11692544

Après avoir multiplié tout le multiplicande par chacun des chiffres 6 et 5 du multiplicateur, comme dans l'exemple précédent, j'ai multiplié ce même multiplicande par le chiffre 2 du multiplicateur, ce qui m'a donné pour troisième produit partiel 91,348 unités de centaines; car le multiplicateur 2 étant des unités de centaines, le produit ne peut avoir des unités d'un ordre inférieur aux centaines; c'est pour cette raison que le premier chiffre à droite est placé au troisième rang.

Quel rang doit occuper le premier chiffre à droite de chaque produit partiel?

Quel que soit le nombre des chiffres du multiplicateur, le premier chiffre à droite de chaque produit partiel doit toujours être au rang marqué par celui qu'occupe le chiffre multiplicateur.

Combien doit-il y avoir de produits partiels dans une multiplication?

On voit que dans une multiplication il doit y avoir autant de produits partiels qu'il y a de chiffres dans le multiplicateur.

Puisque la multiplication est une opération par laquelle (§. 25) on répète un nombre appelé multiplicande autant de fois que le multiplicateur contient l'unité, il s'ensuit que plus le multiplicateur est grand, le multiplicande restant le même, plus le produit est grand.

Lorsque le multiplicateur est moindre que l'unité, quelle est la grandeur du produit par rapport au multiplicande?

27. Il s'ensuit aussi que si le multiplicateur est moindre que l'unité, le produit est moindre que le multiplicande.

Lorsque le multiplicateur est terminé par des zéros, que fait-on?

28. Lorsque le multiplicateur est terminé par des zéros, on les laisse à droite, en mettant le premier chiffre significatif au-dessous du rang des unités absolues du multiplicande.

Exemple.

Multiplier	5642
par	3500
	2821000
	16926
Produit	19747000

Mon premier chiffre significatif du multiplicateur est 5, et ce 5 représente des unités de centaines, puisqu'il est au troisième rang; en multipliant les unités 2 du multiplicande par 5, je dois donc avoir des unités de centaines pour produit, et c'est ce qui a lieu en effet, puisque les 2 zéros qui sont à droite déterminent le troisième rang occupé par ce produit.

Mon chiffre suivant du multiplicateur est 3, et ce 3 représente des unités de mille, puisqu'il est au quatrième rang; en multipliant les unités 2 du multiplicande par 5, je dois donc avoir des unités de mille pour produit; donc je dois placer ces unités de mille au quatrième rang; et ainsi de suite.

Lorsqu'au milieu des chiffres significatifs du multiplicateur il se trouve des zéros, on n'a qu'à

passer de suite au premier chiffre significatif à gauche sans faire attention aux zéros, pourvu que l'on ait soin d'assigner à chaque chiffre des produits respectifs la place qui lui convient.

Lorsqu'au milieu des chiffres significatifs du multiplicateur, il se trouve des zéros, que fait-on?

Exemple.

Multiplier	74582
par	3008
	596656
	223746
Produit	224342656

Après avoir multiplié tout mon multiplicande par le chiffre 8 du multiplicateur, je passe au chiffre 3 du multiplicateur par lequel je multiplie le chiffre 2 du multiplicande; comme mon chiffre 3 du multiplicateur est au quatrième rang, il représente des unités de mille; mon produit 6 doit donc être des unités de mille; donc je dois le mettre au quatrième rang, et c'est ce qui a lieu en effet. Le reste n'a pas besoin d'explication.

Nous donnerons dans la division le moyen de faire la preuve de la multiplication.

DE LA DIVISION DES NOMBRES ENTIERS.

29. La division est susceptible de quatre définitions.

30. 1°. C'est une opération par laquelle on divise un nombre par un autre, c'est-à-dire qu'on cherche combien de fois un nombre appelé *dividende* en contient un autre appelé *diviseur*.

Quelle est la première définition de la division?

Qu'appelle-t-on quotient ?

Le résultat que l'on trouve en divisant un nombre par un autre s'appelle *quotient.*

Quelle est la seconde définition de la division?

31. 2°. C'est aussi une opération par laquelle on partage un nombre appelé *dividende* en autant de parties égales qu'un autre nombre appelé *diviseur* contient de fois l'unité.

Quelle est la troisième définition de la division?

32. 3°. C'est encore une opération par laquelle on cherche un nombre qui soit autant de fois aussi petit qu'un autre nombre appelé dividende que l'unité est contenue de fois dans un autre nombre appelé *diviseur.*

Quelle est la quatrième définition de la division?

33. 4°. Enfin c'est aussi une opération par laquelle on cherche quelle partie un nombre appelé *diviseur* se trouve être d'un autre nombre appelé *dividende ;* en sorte que le diviseur étant un nombre quelconque *m*, on cherche la *m*ième. partie du dividende.

De combien d'élémens est composée la division?

34. La division est composée de trois élémens, savoir : du dividende, du diviseur et du quotient.

Qu'est-ce que partager un nombre en un certain nombre de parties?

35. Partager un nombre en un certain nombre de parties, c'est diviser ce nombre par un autre qui indique le nombre de ces parties.

36. Le quotient qui résulte de cette opération est une de ces parties égales.

Qu'appelle-t-on multiple d'un nombre?

37. Un nombre est dit multiple d'un autre, lorsque le premier contient le second un nombre de fois exactement, c'est-à-dire lorsque le second divise le premier.

Ainsi 15 est multiple de 3, car il contient 3 cinq fois.

38. Un nombre est dit sous-multiple ou partie aliquote d'un autre, lorsque le premier est contenu dans le second un nombre de fois exactement, c'est-à-dire lorsque le premier divise le second.

Qu'appelle-t-on sous-multiple ou partie aliquote d'un nombre?

Ainsi 3 est sous-multiple ou partie aliquote de 15, car il est contenu 5 fois dans 15.

39. Axiôme. Si un nombre en divise un autre, il divise aussi tous ses multiples.

40. Axiôme. Si un nombre divise toutes les parties d'un autre nombre, il divise aussi cet autre nombre.

41. Si un nombre en divise un autre et une de ses deux parties, il divise aussi l'autre partie.

42. Puisque (§. 35) le quotient indique combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende, il s'ensuit qu'en multipliant le diviseur par le quotient, on doit avoir pour produit le dividende même.

En multipliant le diviseur par le quotient, que doit-on avoir pour produit?

43. Donc, tout produit peut être considéré comme un dividende, et les deux facteurs du produit, l'un comme le diviseur, l'autre comme le quotient.

Comment peut-on considérer un produit quelconque?

44. Puisqu'en multipliant le diviseur par le quotient, on doit avoir pour produit (§. 42) le dividende même, il s'ensuit (§. 26) qu'en multipliant le quotient par le diviseur, on doit aussi avoir pour produit le dividende.

En multipliant le quotient par le diviseur, que doit-on avoir pour produit?

Qu'est-ce qu'indique le diviseur par rapport au quotient?

45. Donc, le diviseur indique combien de fois le quotient est contenu dans le dividende.

Qu'est-ce que le quotient indique par rapport au diviseur?

Donc, le quotient indique combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende.

46. Donc, les deux facteurs d'un produit peuvent être pris tour-à-tour pour diviseurs ou quotiens de ce produit, considéré comme dividende.

En divisant un produit par un de ses deux facteurs, que doit-on avoir pour quotient?

47. Donc, en divisant un produit par un de ses deux facteurs, on doit avoir pour quotient l'autre facteur.

En divisant un produit par le multiplicande, que doit-on avoir pour quotient?

48. En sorte que si l'on divise un produit par le multiplicande, on doit avoir pour quotient le multiplicateur.

Quel quotient obtient-on quand on divise un produit par le multiplicateur?

49. Et que si l'on divise un produit par le multiplicateur, on doit avoir pour quotient le multiplicande.

Nous allons faire l'application des principes ci-dessus.

Exemple.

Diviser 7584 par 8.

Dividende.	7584	Diviseur.	8
	72	Quotient.	948
	384		
	32		
	64		
	64		
	00		

Détail de l'opération.

Je commence ma division par la gauche du dividende, en ne prenant que les chiffres nécessaires pour contenir le diviseur 8. Je prends donc le 7 et le 5, qui font 75; et pour savoir combien de fois 8 est contenu dans 75, il me suffit de connaître la table de multiplication que chacun doit savoir par cœur avant de commencer l'étude des mathématiques. Il faut donc que je prenne pour quotient le nombre qui, étant multiplié par 8, produit 75, ou approche le plus de 75 sans y arriver; je trouve que ce nombre est 9; car multiplié par 8, il produit 72. Maintenant mes 75 étant 75 unités de centaines (§. 18), mon quotient sera 9 unités de centaines, puisqu'en divisant 75 par 8, j'ai partagé (§. 31) 75 en 8 parties égales; donc mon quotient 9 occupera le troisième rang.

Mon quotient 9 multiplié par le diviseur 8 donnant pour produit 72, je dois retrancher ces 72 unités de centaines des 75 du dividende, car elles ne peuvent plus faire partie du dividende; j'ai 3 unités de centaines pour reste; je place le reste 3 au-dessous, et à côté je descends les chiffres à droite 84 du dividende. Je n'ai donc plus à diviser que 384; mais de ces 384 je ne prends que les chiffres nécessaires pour contenir mon diviseur 8. Ainsi je prends le 3 et le 8 qui font 38, et je dis : en 38 combien de fois 8, il y entre 4 fois; je pose 4 au quotient; et comme 38 sont des unités de dixaines, mon quotient 4 repré-

sente des unités de dixaines; donc mon quotient 4 doit occuper le second rang.

Mon quotient 4 multiplié par le diviseur 8 donnant pour produit 32, je dois retrancher ces 32 unités de dixaines des 38 du dividende, car elles ne peuvent plus faire partie du dividende; j'ai 6 unités de dixaines pour reste; je place le reste 6 au-dessous, et à côté je descends le chiffre à droite 4 du dividende; puis je dis: en 64 combien de fois 8; il y entre 8 fois, je pose 8 au quotient.

Mon quotient 8 multiplié par le diviseur 8 donnant pour produit 64, je dois retrancher ces 64 des 64 du dividende; il ne reste rien; donc mon quotient 948 est contenu 8 fois exactement dans mon dividende 7584, puisqu'il ne reste rien du nombre 7584, après en avoir retranché 8 fois les 9 unités de centaines, plus 8 fois les 4 unités de dixaines, plus 8 fois les 8 unités absolues.

Si l'on écrivait à part chaque chiffre du quotient, il faudrait indiquer par des points la place qu'ils occupent; ainsi le 9, qui représente des unités de centaines, aurait deux points à sa droite, le 4 aurait un point, et le quotient total s'écrirait ainsi :

$$\begin{array}{r} 9\,.\,. \\ 4\,. \\ 8 \\ \hline \text{Somme. } 948 \end{array}$$

C'est comme si l'on additionnait les 3 nombres 900 + 40 + 8 (1).

(1) Le signe + se prononce *plus*.

Dans l'opération ci-dessus j'ai multiplié par le diviseur chaque chiffre du quotient, à mesure que je le trouvais, et en ai transporté le produit au-dessous du dividende partiel pour l'en retrancher ; mais ce n'est que pour mieux faire comprendre l'opération, car cette soustraction doit se faire mentalement, afin de mettre plus de rapidité dans l'exécution, et l'on doit éviter de transporter sous le dividende le produit du quotient par le diviseur.

Voici la méthode à suivre.

Dividende. 7584 Diviseur. | 8.
38 Quotient. 948.
64
0

Détail de l'opération.

En 75 combien de fois 8, il y entre 9 fois; je pose 9 au quotient, et ce 9 représente des unités de centaines, puisque 75 représente des unités de centaines; 8 fois 9 font 72, retranchés de 75, il reste 3 que je place au-dessous du chiffre 5 du dividende; à côté de ces 3 unités de centaines j'abaisse les 8 dixaines, ce qui fait 38 unités de dixaines, et je dis : en 38 combien de fois 8, il y entre 4 fois; je pose 4 au quotient, et ce quotient représente 4 unités de dixaines, puisque 38 représente des unités de dixaines; 4 fois 8 font 32, retranchés de 38, il reste 6 que je place au-dessous du chiffre 8 du dividende; à côté de ces 6 unités de dixaines j'abaisse les 4 unités abso-

lues, ce qui fait 64, et je dis: en 64 combien de fois 8, il y entre 8 fois; je pose 8 au quotient. Le quotient 8, étant multiplié par le diviseur 8, produit 64; en les retranchant du dividende, il ne reste rien.

Autre exemple.

Diviser 7264 par 8.

Dividende.	7264	Diviseur.	8
	064	Quotient.	908
	0		

Détail de l'opération.

En 72 combien de fois 8, il y entre 9 fois; je pose 9 au quotient; et comme 72 représente des unités de centaines, 9 représente des unités de centaines; 9 doit donc occuper le troisième rang; 8 fois 9 font 72, retranchés de 72 il ne reste rien. J'abaisse les 6 unités de dixaines du dividende, mais elles ne peuvent contenir le diviseur 8; donc mon quotient n'aura pas d'unités de dixaines; donc je dois mettre un 0 au rang des unités de dixaines. J'abaisse les unités absolues 4 du dividende à côté de 6, ce qui fait 64, et je dis: en 64 combien de fois 8, il y entre 8 fois; je pose 8 au quotient; et comme 64 représente 64 unités absolues, mon 8 du quotient doit aussi représenter 8 unités absolues.

50. Lorsque le diviseur n'a qu'un seul chiffre, comme dans les exemples que nous venons de voir, il n'est pas nécessaire de disposer l'opération comme ci-dessus; car diviser 7264 par

8, c'est (§. 32) chercher un nombre qui soit autant de fois aussi petit que 7264 que 8 contient de fois l'unité, c'est-à-dire que c'est chercher la huitième partie de 7264; or, rien n'est plus aisé quand on connaît la table de multiplication; dans ce cas-là, l'on n'écrit pas le diviseur.

Nous reprendrons le même dividende et le même diviseur que ci-dessus.

Dividende. 7584
Quotient. 948

Détail de l'opération.

La huitième partie de 75 c'est 9 pour 72; je pose 9 au-dessous du 5; il m'en reste 3 qui valent 30 et 8 font 38, la huitième partie de 38 c'est 4 pour 32; je pose 4 à côté de 9; il m'en reste 6 qui valent 60 et 4 font 64, la huitième partie de 64 c'est 8 tout juste; je pose 8 à côté de 4.

Mon quotient est donc 948, comme on le voit ci-dessus; et je n'ai employé mon diviseur 8 que mentalement.

Lorsque le dividende et le diviseur sont terminés l'un et l'autre par un ou plusieurs zéros, on en supprime dans tous les deux autant qu'en contient celui qui en a le moins.

Car cela revient à diviser le dividende et le diviseur par le même nombre, ce qui (§. 53) ne change pas la valeur du quotient.

La table de multiplication contenant les trois élémens d'une division, l'expérience m'a appris

qu'elle est propre à développer d'une manière sensible les idées des élèves en les soumettant à des exercices qui les forcent à faire l'application des diverses définitions de la division.

Exercices sur la table de multiplication.

1°. Quelle est la neuvième partie de 72 ?

2°. Quel est le quotient de la division dont 80 est le dividende et 10 le diviseur ?

3°. Combien de fois le nombre 72 contient-il 9 ?

4°. Quel est le diviseur dont 54 est le dividende et 9 le quotient ?

5°. Quelle est la neuvième partie de 63 ?

6°. Quelle est la septième partie de 35 ?

7°. Huit personnes se sont partagé 56 oranges; combien chaque personne en a-t-elle eu ?

8°. Quel est le nombre qui étant divisé par 8 donne 6 pour quotient ?

9°. Comment s'appelle le nombre que l'on trouve en multipliant le quotient par le diviseur ?

10°. Quel est le nombre qui étant multiplié par 8 produit 72 ?

11°. Quel est le nombre qui étant divisé par 7 donne pour quotient 10 ?

12°. Quel est le quotient de 49 divisé par 7 ?

13°. Quelle est la cinquième partie de 45 ?

14°. Combien 54 contient-il de fois 9 ?

15°. Combien 72 contient-il de fois 8 ?

16°. Comment s'appelle le nombre que l'on trouve en divisant le dividende par le quotient ?

Tant que l'on ne répondra pas avec facilité à

toutes ces questions, il ne faudra pas songer à aller plus loin.

Nous allons maintenant nous occuper des cas où le diviseur a plus d'un chiffre.

Exemple.

Diviser 19,312 par 34.

Dividende.	19,312	Diviseur.	34
	231	Quotient.	568
	272		
	00		

Détail de l'opération.

Ne devant jamais chercher dans une division qu'un chiffre à-la-fois, je ne dois prendre successivement de mon dividende que la portion nécessaire pour contenir mon diviseur; et par conséquent je prendrai la portion 193 qui représente 193 unités de centaines, qu'il s'agit de diviser par 34, en ayant soin de mettre un point au-dessous du dernier chiffre du dividende partiel. N'oublions pas que diviser 193 par 34, c'est (§. 32) prendre la trente-quatrième partie de 193.

Quand on n'a pas encore l'habitude du calcul, il n'est pas toujours aisé de voir de suite combien de fois un nombre composé de plus d'un chiffre est contenu dans un autre; mais alors on s'aide comme l'on peut en décomposant le diviseur par la pensée, ainsi que le dividende. Dans le cas actuel, si l'on suppose que le diviseur 34 est contenu 5 fois dans le dividende

partiel, il faudra qu'en répétant 5 fois le diviseur, c'est-à-dire qu'en le multipliant par 5 il donne un produit qui ne surpasse pas ce dividende partiel, puisqu'autrement le diviseur ne serait pas contenu 5 fois dans ce dividende partiel. Or, en décomposant par la pensée mon diviseur 34 en 3 parties, savoir: 20, 10 et 4, et les multipliant, de même par la pensée, chacune par 5, il m'est aisé de voir que mon premier produit sera 100, que mon second produit sera 50, et que mon troisième produit sera 20, ce qui fait en tout 170; ce que j'avais supposé est donc bien vrai, c'est-à-dire que 34 est contenu 5 fois dans le dividende partiel 193; il est évident qu'il ne peut y être contenu 6 fois, car en ajoutant 34 à 170 on aurait un nombre supérieur à 193.

Le premier chiffre du quotient est donc 5, et ce 5 représente des unités de centaines, puisque mon premier dividende partiel représente des unités de centaines.

Je multiplie mon diviseur 34 par mon quotient 5, et j'en retranche le produit de mon dividende partiel. Je pourrais placer ce produit sous mon dividende partiel, et faire la soustraction selon la règle donnée en son lieu; mais il est plus court de se représenter le produit par la pensée, et voici comment on s'y prend.

Ayant déjà trouvé, par le raisonnement ci-dessus, que le premier chiffre du quotient est 5 unités de centaines, je dis: 4 fois 5 font 20 unités de centaines, retranchées de 23 unités de cen-

taines du dividende il reste 3; je place 3 au-dessous des unités de centaines du dividende. On voit que j'ai compté les unités de centaines 3 du dividende pour 23; j'en ai donc compté 20 de plus qu'il n'y en a; il faut donc, pour établir compensation, que je fasse supporter ces 20 unités de centaines par le chiffre suivant à gauche; et comme les unités du rang à gauche valent dix fois autant que les unités du rang à droite, et que par conséquent ce sont des unités de mille, il me suffira de retenir 2 unités de mille pour les joindre au produit du chiffre à gauche du diviseur par les unités de mille du quotient, produit qui est également des unités de mille, et de retrancher le tout de ce qui reste à gauche du dividende partiel; je dis donc: 3 fois 5 font 15 et 2 de retenus font 17, retranchés de 19 il reste 2; je pose 2 au-dessous des unités de mille du dividende; en sorte que mon premier reste total est 23 unités de centaines.

A côté de ce reste 23 je descends le chiffre 1 qui occupe la place des unités de dixaines; cela fait 231 unités de dixaines, et je dis: en 231 combien de fois 34, il y entre 6 fois; je pose 6 au quotient, et ce 6 doit être des unités de dixaines; je dis ensuite: 4 fois 6 font 24, retranchés de 31, il reste 7; je pose 7 au-dessous de 1, et je retiens 3; 3 fois 6 font 18 et 3 de retenus font 21, retranchés de 23 il reste 2; je pose 2 à côté de 7; en sorte que mon second reste total est 27 unités de dixaines.

A côté de ce reste 27 je descends le chiffre 2 qui

occupe le rang des unités absolues; cela fait 272, et je dis: en 272 combien de fois 34, il y entre 8 fois; je pose 8 au quotient. Je dis ensuite: 4 fois 8 font 32, retranchés de 32 il reste 0. J'en retiens 3; 3 fois 8 font 24 et 3 de retenus font 27, retranchés de 27 il reste 0; et là se termine l'opération.

Lorsqu'après avoir descendu un chiffre du dividende à côté du reste, on ne forme pas un nombre assez grand pour contenir le diviseur, on met un 0 au quotient; car il ne faut pas oublier que le quotient doit avoir, à la droite de son premier chiffre, autant de chiffres qu'il s'en trouve à la droite du premier dividende partiel.

Comment fait-on la preuve de la division?

51. On fait la preuve de la division en multipliant le quotient par le diviseur; car (§. 42), en multipliant le quotient par le diviseur, on doit retrouver le dividende.

Comment fait-on la preuve de la multiplication?

52. On fait la preuve de la multiplication en divisant le produit par l'un des facteurs; car (§. 47), en divisant un produit par un de ses deux facteurs, on doit avoir pour quotient l'autre facteur.

Exercices.

1°. Diviser 58,522 par 58.
2°. Diviser 275,400 par 68.
3°. Diviser 23,548,578 par 327.

Partager également 864 poires entre 36 écoliers.

Dividende.	864	Diviseur.	36
	144	Quotient.	24 poires.
	00		

Partager également 864 poires entre 36 écoliers, c'est prendre la 36e. partie de ces 864 poires, et donner (36 bis) cette 36e. partie à chacun de ces écoliers.

Qu'est-ce que partager 864 poires entre 36 écoliers?

La portion qui se donne à chacun des écoliers s'appelle donc le quotient, tandis que le nombre des écoliers s'appelle le diviseur.

Lorsqu'on partage des poires entre des écoliers, quel est le nombre qui exprime le quotient, et quel est celui qui exprime le diviseur?

Il faut bien faire attention que l'opération de la division commence toujours, comme nous l'avons déjà dit, par la gauche, et qu'en partageant en 36 parties égales 864 poires, on prend la 36e. partie de 8 unités de centaines de poires, plus la 36e. partie de 6 unités de dixaines de poires, plus la 36e. partie de 4 poires.

Mon premier chiffre 8, qui représente 8 unités de centaines de poires, ne pouvant contenir 36, je lui joins le chiffre suivant 6 qui représente 6 unités de dixaines de poires; or 8 unités de centaines, valant 10 fois (§. 8) des unités de dixaines, vaudront donc 80 unités de dixaines, auxquelles je joins les 6 unités de dixaines, ce qui me fait 86 unités de dixaines dont je prends la 36e. partie; la 36e. partie de 86 est 2; je pose 2 au quotient, et ce quotient 2 sera 2 unités de dixaines.

Je multiplie mon diviseur par mon quotient 2, et je dis: 2 fois 6 font 12, retranchés de 16 il reste 4; je pose 4 au-dessous des unités de dixaines du premier dividende partiel 86; je dis ensuite: 2 fois 3 font 6 et 1 de retenu font 7, retranchés de 8 il reste 1; je pose 1 au-dessous des unités de centaines du premier dividende partiel. Mon premier reste total est donc de 14 uni-

tés de dixaines; en abaissant à côté les 4 unités absolues, il reste donc à prendre la 36e. partie de 144 poires.

Je dis alors : en 144 combien de fois 36, il y entre 4 fois; je pose 4 au quotient; et en multipliant le diviseur par ce quotient 4, j'ai pour produit le nombre 144; en le retranchant de 144 j'ai pour reste 0. En sorte que ma division est épuisée.

En multipliant successivement le diviseur 36 par les 2 unités de dixaines du quotient et les 4 unités absolues du quotient, nous avons donc trouvé 2 produits qui font ensemble 864, nombre qui est égal au dividende; puisqu'en retranchant successivement ces produits des dividendes partiels, nous sommes arrivés à n'avoir pas de reste.

Or, si 24 fois 36 donne pour produit le dividende, il s'ensuit que le diviseur 36 est contenu 24 fois dans le dividende; mais 24 fois 36 est (§. 26) la même chose que 36 fois 24; donc 24 est la 36e. partie du dividende. Donc le quotient 24 indique que chaque écolier doit avoir 24 poires.

Si au lieu de 864 poires il y en avait le double à partager, et qu'au lieu de 36 écoliers partageans, il y en eût aussi le double, il est évident qu'il ne reviendrait à chaque écolier que le même nombre de poires qu'avant que l'on eût augmenté le nombre des poires et le nombre des écoliers.

Si au lieu de 864 poires il y en avait le triple à partager, et qu'au lieu de 36 écoliers partageans

il y en eût aussi le triple, il est encore évident qu'il ne reviendrait à chaque écolier que le même nombre de poires qu'avant que l'on eût augmenté le nombre des poires et le nombre des écoliers.

Quand je dis que je double un nombre, cela veut dire que je le multiplie par le facteur 2. Que signifie doubler un nombre?

Quand je dis que je triple un nombre, cela signifie que je le multiplie par le facteur 3. Que signifie tripler un nombre?

Il est aisé de sentir que le raisonnement ci-dessus pourrait s'étendre à un facteur quelconque par lequel on multiplierait le dividende représenté ici par des poires, et le diviseur représenté ici par des écoliers; en sorte que:

52. Quel que soit le nombre par lequel on multiplie le dividende et le diviseur, on ne change pas la valeur du quotient.

Si au lieu de 864 poires il n'y en avait que la moitié à partager, et qu'au lieu de 36 écoliers partageans il n'y en eût aussi que la moitié, il est évident qu'il n'en reviendrait pas moins à chaque écolier le même nombre de poires qu'avant que l'on eût diminué le nombre des poires et le nombre des écoliers.

Si au lieu de 864 poires il n'y en avait que le tiers à partager, et qu'au lieu de 36 écoliers partageans il n'y en eût aussi que le tiers, il est évident qu'il n'en reviendrait pas moins à chaque écolier le même nombre de poires qu'avant que l'on eût diminué le nombre des poires et le nombre des écoliers.

Qu'est-ce que prendre la moitié d'un nombre?

Prendre la moitié d'un nombre c'est (§. 32) diviser ce nombre par 2.

Qu'est-ce que prendre le tiers d'un nombre?

Prendre le tiers d'un nombre c'est (§. 32) diviser ce nombre par 3.

On sent bien que ce raisonnement pourrait s'appliquer à un nombre quelconque par lequel on diviserait le dividende représenté ici par des poires, et le diviseur représenté ici par des écoliers; en sorte que:

53. Quel que soit le nombre par lequel on divise le dividende et le diviseur, on ne change pas la valeur du quotient.

Si au lieu de 864 poires il y en avait le double à partager, et qu'il y eût encore 36 écoliers partageans, il est clair qu'il reviendrait à chaque écolier un nombre double de poires de celui qu'il avait eu avant qu'on eût augmenté le nombre des poires à partager.

Si au lieu de 864 poires il y en avait le triple à partager, et qu'il y eût toujours 36 écoliers partageans, il est évident qu'il reviendrait à chaque écolier un nombre triple de poires de celui qu'il avait eu avant qu'on eût augmenté le nombre des poires à partager.

Ce raisonnement serait applicable à un facteur quelconque par lequel on multiplierait le dividende représenté ici par des poires; en sorte que:

Que devient le quotient après que l'on a multiplié le dividende par un nombre quelconque en laissant le diviseur tel qu'il était?

54. Quel que soit le nombre par lequel on multiplie le dividende en laissant le diviseur tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi

grand qu'il l'était qu'il y a d'unités dans le facteur par lequel on multiplie le dividende.

Si, en conservant le nombre de 864 poires à partager, je double le nombre des 36 écoliers partageans, il ne reviendra à chaque écolier que la moitié du nombre de poires qu'il avait eu avant qu'on eût augmenté le nombre des écoliers partageans.

Si, en conservant le nombre de 864 poires à partager, je triple le nombre des 36 écoliers partageans, il ne reviendra à chaque écolier que le tiers du nombre de poires qu'il avait eu avant qu'on eût augmenté le nombre des écoliers partageans.

Ce raisonnement s'étendrait à un facteur quelconque par lequel on multiplierait le diviseur représenté ici par des écoliers; en sorte que :

En multipliant le diviseur par un nombre quelconque, et laissant le dividende tel qu'il est, que devient le quotient?

55. Quel que soit le nombre par lequel on multiplie le diviseur en laissant le dividende tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi petit qu'il l'était qu'il y a d'unités dans le facteur par lequel on multiplie le diviseur.

Si, en ne prenant que la moitié du nombre de 864 poires à partager, je conserve le nombre des 36 écoliers partageans, il ne reviendra à chaque écolier que la moitié du nombre de poires qu'il avait eu avant qu'on eût diminué le nombre des poires à partager.

Si, en ne prenant que le tiers du nombre de 864 poires à partager, je conserve le nombre des 36 écoliers partageans, il ne reviendra à chaque écolier que le tiers du nombre de poires

qu'il avait eu avant qu'on eût diminué le nombre des poires à partager.

Ce raisonnement s'appliquerait à un nombre quelconque par lequel on diviserait le dividende représenté ici par des poires ; en sorte que :

En divisant le dividende par un nombre quelconque, et laissant le diviseur tel qu'il est, que devient le quotient?

56. Quel que soit le nombre par lequel on divise le dividende en laissant le diviseur tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi petit qu'il y a d'unités dans le nombre par lequel on a divisé le dividende.

Si, en conservant le nombre de 864 poires à partager, je ne prends que la moitié du nombre des 36 écoliers partageans, il reviendra à chaque écolier le double du nombre de poires qu'il avait eu avant qu'on eût diminué le nombre des écoliers partageans.

Si, en conservant le nombre de 864 poires à partager, je ne prends que le tiers du nombre des 36 écoliers partageans, il reviendra à chaque écolier le triple du nombre de poires qu'il avait eu avant qu'on eût diminué le nombre des écoliers partageans.

Ce raisonnement s'appliquant à un nombre quelconque par lequel on diviserait le diviseur représenté ici par des écoliers, il résulte que :

En divisant le diviseur par un nombre quelconque, et laissant le dividende tel qu'il est, que devient le quotient?

57. Quel que soit le nombre par lequel on divise le diviseur en laissant le dividende tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi grand qu'il y a d'unités dans le nombre par lequel on a divisé le diviseur.

Ces principes sont d'une telle fécondité pour l'application de toutes les parties des mathéma-

tiques, qu'il est indispensable de se les rendre familiers.

Exercices.

1°. Quarante-deux écoliers ont dévoré 588 oranges en égale quantité; combien chacun en a-t-il eu ?

2°. On a distribué 2,508 épingles à 66 demoiselles; combien a-t-on pu en donner à chacune également?

3°. En fesant une distribution égale de 1152 sous à 72 pauvres, combien chacun doit-il en avoir?

4°. Combien faut-il donner de livres de pain à 220 soldats pour qu'ils en consomment 3,080 ?

5°. Un boulet de canon parcourt 400 mètres par seconde; on demande combien de secondes il a mis à parcourir 33,600 mètres.

DÉFINITIONS.

58. Une *fraction* est une quantité moindre que l'unité, et qui renferme une ou plusieurs parties de l'unité. Qu'est-ce qu'une fraction?

59. Une *fraction vulgaire* est une quantité moindre que l'unité, composée de deux termes séparés par un trait vertical. Qu'est-ce qu'une fraction *vulgaire*?

Le terme à gauche s'appelle *numérateur*. Comment appelle-t-on la partie à gauche d'une fraction vulgaire?

Le terme à droite s'appelle *dénominateur*. Comment s'appelle la partie à droite d'une fraction?

60. Le dénominateur indique en combien de parties égales on a partagé l'unité. Qu'est-ce que le dénominateur indique?

61. Le numérateur sert à indiquer combien de parties égales on a prises de l'unité qui a été partagée en un certain nombre de parties égales. A quoi sert le numérateur?

Qu'est-ce qu'une fraction décimale ?

62. Une *fraction décimale* est une quantité moindre que l'unité composée d'un nombre quelconque de chiffres précédés d'une virgule.

Qu'entend-on par numérateur d'une fraction décimale ?

Ce nombre de chiffres est le numérateur de la fraction.

Qu'est-ce que le dénominateur d'une fraction décimale?

Le dénominateur d'une fraction décimale, dénominateur qui ne s'écrit jamais, est le chiffre 1 suivi d'autant de zéros qu'il y a de chiffres dans le numérateur.

Qu'appelle-t-on expression fractionnaire?

63. On appelle *expression fractionnaire* un nombre plus grand que l'unité ou au moins égal à l'unité, composé de deux termes, comme dans les fractions vulgaires, termes qui portent aussi les noms de numérateur et de dénominateur.

Le dénominateur indique, comme dans les fractions vulgaires, en combien de parties égales on a partagé l'unité.

Le numérateur fait connaître combien on a pris de ces parties égales.

Dans une expression fractionnaire quelle est la grandeur du numérateur?

64. Puisqu'une expression fractionnaire (§.63) représente un nombre plus grand que l'unité, ou au moins aussi grand que l'unité, il s'ensuit que le numérateur est plus grand que le dénominateur, ou qu'il lui est au moins égal.

En quoi une expression fractionnaire diffère-t-elle d'une fraction vulgaire?

65. Une expression fractionnaire ne diffère donc d'une fraction vulgaire qu'en ce que le numérateur de l'expression fractionnaire est plus grand que le dénominateur ou qu'il lui est au moins égal.

Qu'est-ce qu'un nombre complexe?

66. Un nombre complexe est celui qui est composé d'unités et de parties de l'unité.

67. On appelle nombre *pair* celui qui peut se partager en deux nombres égaux et entiers. Définition du nombre pair.

68. Un nombre *impair* est celui qui ne peut se partager en deux nombres égaux et entiers. Définition du nombre impair.

69. Un nombre *premier* est celui qui n'est divisible que par lui-même ou par l'unité. On l'appelle aussi nombre *premier absolu*. Définition du nombre premier.

70. Deux nombres sont *premiers entr'eux* quand ils ne sont pas divisibles en même temps par un nombre plus grand que l'unité. Qu'est-ce que deux nombres premiers entr'eux?

Exemple: 4 et 7 sont deux nombres premiers entr'eux.

71. Un nombre *commensurable* ou *rationnel* est celui qui peut être formé par la répétition de l'unité ou par la répétition d'une fraction. Définition d'un nombre *commensurable* ou *rationnel*.

Exemple: 6 est un nombre commensurable, parce qu'il est formé de l'unité répétée 6 fois; 4 et 3/4 est un nombre commensurable, parce qu'il est formé de la fraction 1/4 répétée 19 fois.

72. Un nombre est *incommensurable* ou *irrationnel*, lorsqu'il ne peut être formé par la répétition d'une fraction. Définition d'un nombre incommensurable ou irrationnel.

73. Deux nombres sont *commensurables* ou *rationnels entr'eux* quand ils peuvent être formés l'un et l'autre par la répétition de l'unité ou par la répétition de la fraction qui se trouve dans l'un ou l'autre. Définition de deux nombres *commensurables* ou *rationnels* entr'eux.

Exemple: 6 et 4 3/5 sont 2 nombres commensurables entr'eux, parce que 6 est formé de la fraction 1/5 répétée 30 fois, et que 4 3/5 est formé de la même fraction répétée 23 fois.

DE L'ADDITION DES FRACTIONS VULGAIRES.

Qu'est-ce qui a donné naissance aux fractions ?

74. La division a donné naissance aux fractions.

Lorsque je divise un nombre par un autre qui n'est pas contenu un nombre de fois exactement dans le premier, de quoi le reste que je trouve fait-il partie ?

75. Lorsque je divise un nombre par un autre qui n'est pas contenu un nombre de fois exactement dans le premier, j'ai un reste qui fait partie du quotient.

En divisant par exemple 25 par 4, je trouve que 4 est contenu 6 fois dans 25, avec un reste 1.

Après avoir trouvé 4 entiers ou unités pour mon quotient, il me reste donc une unité à partager en quatre parties égales.

Or, la quatrième partie de l'unité est 1/4.

Que représentent chacun des deux termes d'une fraction par rapport aux trois élémens d'une division ?

76. Donc le numérateur représente le dividende, et le dénominateur représente le diviseur.

Car le reste 1 fait partie du dividende, et le nombre 4 est le diviseur.

Pour additionner des fractions, il suffit d'additionner leurs numérateurs, lorsque ces fractions ont le même dénominateur.

La somme que l'on trouve est le numérateur d'une fraction qui a pour dénominateur le dénominateur de ces fractions.

Lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur, cette valeur prend le nom d'expression fractionnaire, comme nous l'avons dit §. 63, et représente un nombre au-dessus de l'unité ou au moins égal à l'unité.

Qu'il soit question d'additionner 1/4, 3/4, 2/4, 1/4, 3/4, 2/4.

Je dispose ces valeurs sur une ligne verticale, comme pour l'addition des nombres entiers, savoir:

	1/4
	3/4
	2/4
	1/4
	3/4
	2/4
Somme.	12/4

Et je dis : 1 et 3 font 4 et 2 font 6 et 1 font 7 et 3 font 10 et 2 font 12 ; je pose 2 et retiens 1 que je pose à côté. J'ai pour somme 12/4.

77. Nous avons dit (§. 60) que le dénominateur indique en combien de parties égales l'unité a été partagée, et que le numérateur fait connaître combien on prend de ces parties ; donc lorsque le numérateur est égal au dénominateur on a un symbole qui représente l'unité.

Lorsque le numérateur est égal au dénominateur que représente ce symbole ?

78. Si le numérateur est double du dénominateur, il est clair que ce symbole est équivalent à 2 unités ou 2.

L'expression dont le numérateur est double du dénominateur que représente-t elle ?

79. Si le numérateur est triple du dénominateur, il est encore évident que ce symbole est égal à 3 unités ou 3.

Quelle est la valeur d'une expression dont le numérateur est triple du dénominateur ?

80. Donc une valeur quelconque exprimée par le numérateur et le dénominateur contiendra autant de fois l'unité que le dénominateur sera contenu de fois dans le numérateur.

Une valeur quelconque exprimée par le numérateur et le dénominateur à combien d'unités est-elle égale ?

Nous avons déjà (§. 63) appelé ce symbole expression fractionnaire.

81. Donc on peut toujours transformer en expression fractionnaire un nombre entier quelconque en multipliant par ce nombre entier le

Comment transforme-t-on en expression fractionnaire un nombre entier quelconque ?

dénominateur que l'on veut donner à cette expression fractionnaire, et en prenant le produit pour numérateur de cette expression fractionnaire.

Ainsi, si je veux transformer le nombre 3 en quarts, je multiplie le nombre 3 par 4, j'ai pour produit 12 que je prends pour numérateur de mon expression fractionnaire dont 4 est le dénominateur; en sorte que je trouve 12/4.

Or, 12/4 est précisement la somme que j'ai trouvée plus haut; donc cette somme vaut 3 entiers ou 3 unités.

Pour revenir d'une expression fractionnaire au nombre d'entiers qu'elle renferme, que fait-on?

82. Pour revenir d'une expression fractionnaire au nombre d'entiers qu'elle renferme, on fait l'opposé de ce qu'enseigne le §. 81, c'est-à-dire que l'on divise le numérateur par le dénominateur.

Comment transforme-t-on un nombre complexe en expression fractionnaire?

83. Lorsque l'on veut transformer un nombre complexe en expression fractionnaire, on donne à cette expression fractionnaire le dénominateur de la fraction qui accompagne le nombre entier, et après avoir multiplié le nombre entier par ce dénominateur, pour obtenir le numérateur de l'expression fractionnaire, on joint à ce numérateur le numérateur de la fraction qui fesait partie du nombre complexe.

Exemple.

Je suppose qu'il s'agisse de transformer 8.3/5 en expression fractionnaire; je commence par placer le dénominateur 5 de mon expression fractionnaire de cette manière /5.

Ensuite je multiplie 8 par 5, ce qui fait 40; j'ajoute à 40 le numérateur 3 de la fraction qui accompagne le nombre entier, ce qui fait 43 qui est le numérateur de mon expression fractionnaire; je place donc le numérateur 43 de cette manière 43/, en sorte que cette expression fractionnaire est 43/5 = 8. 3/5.

Il est souvent très utile, et même indispensable dans certaines circonstances, de transformer un nombre entier ou un nombre complexe en expression fractionnaire, en sorte qu'il convient de se rendre ce principe extrêmement familier.

Exercices.

Transformer en expressions fractionnaires

1°. 38. 7/8
2°. 65. 9/5
3°. 31. 3/7
4°. 29. 3/4
5°. 69. 5/6

Transformer en cinquièmes

6°. 428
7°. 534

Transformer en neuvièmes

8°. 1444
9°. 6758
10°. 7009
11°. 8508

84. Lorsque, comme dans l'exemple d'addition de fractions du §. 76, le dénominateur de toutes les fractions est le même, on voit que rien

n'est plus facile que d'additionner des fractions ; mais lorsque les dénominateurs sont différens, il faut une méthode pour y parvenir.

Pour comprendre cette méthode, il est nécessaire de la faire précéder de quelques observations préliminaires.

La fraction 1/4 indique que l'on a pris une des 4 parties de l'unité qui a été partagée en 4 parties égales.

Si au lieu de partager l'unité en 4 parties égales, je l'avais partagée en 2 fois autant de parties égales, c'est-à-dire en 8 parties égales, il est clair que chacune des parties du second partage ne vaudrait que la moitié de chacune des parties du premier partage, ou, en d'autres termes, que chacune des parties du second partage serait deux fois aussi petite que chacune des parties du premier partage.

Donc en prenant pour dénominateur 8 au lieu de 4, et en conservant le même numérateur 1, on a une fraction 1/8 deux fois aussi petite que la fraction 1/4, puisque le numérateur (§. 61) indique combien on a pris de parties égales du nombre dans lequel l'unité a été partagée.

Mais si en prenant un dénominateur double, c'est-à-dire si en rendant 2 fois aussi petites les parties égales de l'unité, je rends en même temps le numérateur double, c'est-à-dire si je prends 2 fois autant de ces parties maintenant qu'elles sont deux fois aussi petites, il est clair que j'aurai la même valeur qu'avant d'avoir changé le dénominateur et le numérateur.

Donc en multipliant le dénominateur par 2 et le numérateur aussi par 2, on ne change pas la valeur de la fraction.

Et comme ce principe est la conséquence du §. 76, où nous avons dit que le numérateur représente le dividende, et que le dénominateur représente le diviseur, il résulte (§. 52) que

85. Quel que soit le nombre par lequel on multiplie le dénominateur et le numérateur d'une fraction, on ne change pas la valeur de la fraction; et que

86. Quel que soit le nombre par lequel on multiplie les deux termes d'une expression fractionnaire, on ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire.

Quel changement fait-on éprouver à une fraction dont on a divisé le numérateur et le dénominateur par le même nombre?

87. Puisque le numérateur représente le dividende, et que le dénominateur représente le diviseur (§. 76), il résulte encore (§. 53) que quel que soit le nombre par lequel on divise le numérateur et le dénominateur, on ne change pas la valeur de la fraction.

Le principe du §. 86 offre le moyen de faire l'addition des fractions qui ont des dénominateurs différens, en les réduisant toutes au même dénominateur.

Quel est l'équivalent des expressions 2/2, 3/3, 12/12, etc. ?

D'après le §. 77, on sait que 2/2, 3/3, 4/4 5/5, 6/6, 7/7, 8/8, 9/9, 10/10, 11/11, 12/12, etc., sont des valeurs égales qui représentent l'unité.

L'expression 2/2 veut dire que l'unité a été partagée en deux parties égales (§. 60), et que l'on a pris (§. 61) 2 de ces parties.

L'expression 3/3 signifie que l'unité a été par-

tagée en 3 parties égales, et que l'on a pris 3 de ces parties.

Le même raisonnement s'applique à toutes les expressions qui suivent; ainsi 12/12, par exemple, signifie que l'unité a été partagée en 12 parties égales, et que l'on a pris 12 de ces parties, c'est-à-dire que l'on a pris l'unité entière.

En substituant au dénominateur d'une fraction un dénominateur multiple, c'est-à-dire en le multipliant par un facteur quelconque, et en multipliant le numérateur par le même facteur, quel changement fait-on subir à la valeur de la fraction?

On peut toujours, sans changer la valeur d'une fraction, substituer à son dénominateur un dénominateur multiple, c'est-à-dire le multiplier par un facteur quelconque, pourvu que l'on multiplie son numérateur par le même facteur (§. 85).

Cette préparation est nécessaire pour l'addition de fractions de dénominateurs différens.

Proposons-nous d'additionner.

1/4
1/3
1/6
1/8

Comment fait-on pour additionner des fractions dont les dénominateurs sont différens?

88. Pour additionner des fractions dont les dénominateurs sont différens, il est nécessaire de les transformer chacune en fractions équivalentes qui aient le même dénominateur.

La fraction substituée sera équivalente à 1/4 si elle est équivalente au quart de l'unité.

La fraction substituée sera équivalente à 1/3 si elle est équivalente au tiers de l'unité.

La fraction substituée sera équivalente à 1/6 si elle est équivalente au sixième de l'unité.

La fraction substituée sera équivalente à 1/8 si elle est équivalente au huitième de l'unité.

89. Mais l'unité est toujours représentée par le nombre de parties égales indiquées par le dénominateur.

En sorte que si le dénominateur est 12, l'unité est représentée par 12 parties égales, dont le quart est 3.

Si le dénominateur est 15, l'unité est représentée par 15 parties égales, dont le tiers est 5.

Si le dénominateur est 24, l'unité est représentée par 24 parties égales, dont le sixième est 4.

Si le dénominateur est 32, l'unité est représentée par 32 parties égales, dont le huitième est 4.

Une fraction dont le numérateur est 1, quel numérateur doit-elle prendre, lorsqu'on la transforme en une autre équivalente de dénominateur différent?

90. On voit donc qu'en transformant une fraction qui a pour numérateur 1, en une autre de dénominateur différent, la nouvelle fraction se trouve avoir pour numérateur le quotient qui résulte de la division du dénominateur de la nouvelle fraction par le dénominateur de la fraction à transformer.

91. En effet, lorsque j'ai adopté un nouveau dénominateur, j'ai pris un nombre autant de fois aussi grand que le dénominateur de la fraction à transformer que ce dénominateur est contenu de fois dans le nouveau dénominateur; donc les nouvelles parties de l'unité se trouvent autant de fois aussi petites que celles indiquées par le dénominateur de la fraction à transformer; donc il faut que j'en prenne autant de fois autant; donc il faut que mon nouveau numérateur soit le nombre qui indique combien de fois mon

dénominateur primitif est contenu dans mon nouveau dénominateur.

92. On voit encore que pour transformer des fractions de dénominateurs différens en fractions équivalentes qui aient un dénominateur commun à toutes, il faut que ce dénominateur soit multiple de chacun des dénominateurs des fractions à transformer, c'est-à-dire (§. 37) un nombre qui contienne un certain nombre de fois exactement le dénominateur des fractions à transformer.

Le nombre 24 satisfait au cas des fractions ci-dessus 1/4, 1/3, 1/6 et 1/8. Car 4 est contenu 6 fois dans 24, 3 l'est 8 fois, 6 l'est 4 fois, 8 l'est 3 fois.

On disposera donc l'opération de cette manière.

	1/4 = 6/24
	1/3 = 8/24
	1/6 = 4/24
	1/8 = 3/24
Somme.	21/24 .

En sorte qu'il s'en faut de 3/24 pour que la somme soit égale à l'unité (§. 77).

Si l'unité était une aune, il s'en faudrait donc de 3/24 d'aune pour que la somme fût égale à une aune.

Nous observerons qu'il est inutile de répéter le dénominateur, et qu'il suffit qu'il se trouve à la première fraction.

Examinons maintenant les 4 fractions proposées, en les comparant aux fractions équivalen-

tes qu'on leur a substituées, et voyons comment l'opération justifie les principes établis.

La fraction 1/4 indique que l'unité a été partagée en 4 parties égales, et que l'on a pris une de ces parties, puisque le numérateur est 1 (§. 61).

Qu'est-ce qu'indique la fraction 1/4?

En adoptant un nouveau dénominateur 24, par exemple, je suppose l'unité partagée en 24 parties égales au lieu de 4.

Elle sera donc partagée en parties égales autant de fois aussi petites que précédemment que 4 sera contenu de fois dans 24.

Il faudra donc, pour que la valeur de ma fraction substituée soit égale à celle de la première, que je prenne autant de ces parties que 4 est contenu de fois dans 24.

Or 4 est contenu 6 fois dans 24; donc le numérateur de ma fraction substituée est 6. Donc 6/24 = 1/4, ce qui justifie le principe du §. 90.

La fraction 1/3 indique que l'unité a été partagée en 3 parties égales, et que l'on a pris une de ces parties, puisque le numérateur est 1 (§. 61).

En adoptant le nouveau dénominateur 24, je suppose l'unité partagée en 24 parties égales au lieu de 3.

Elle sera donc partagée en parties égales autant de fois aussi petites que précédemment que 3 sera contenu de fois dans 24.

Il faudra donc pour que la valeur de ma fraction substituée soit égale à celle de la première

que je prenne autant de ces parties que 3 est contenu de fois dans 24.

Or 3 est contenu 8 fois dans 24; donc le numérateur de ma fraction substituée est 8. Donc 8/24 = 1/3; ce qui justifie encore le principe du §. 90.

La fraction 1/6 indique que l'unité a été partagée en 6 parties égales et que l'on a pris une de ces parties, puisque le numérateur est 1 (§. 61).

En adoptant le nouveau dénominateur 24, je suppose l'unité partagée en 24 parties égales au lieu de 6.

Elle sera donc partagée en parties égales autant de fois aussi petites que précédemment que 6 sera contenu de fois dans 24.

Il faudra donc, pour que la valeur de ma fraction substituée soit égale à celle de la première que je prenne autant de ces parties que 6 est contenu de fois dans 24.

Or 6 est contenu 4 fois dans 24; donc le numérateur de ma fraction substituée est 4. Ce qui justifie toujours le principe du §. 90.

Enfin, la fraction 1/8 indique que l'unité a été partagée en 8 parties égales, et que l'on a pris une de ces parties, puisque le numérateur est 1 (§. 61).

En adoptant le nouveau dénominateur 24, je suppose l'unité partagée en 24 parties égales au lieu de 8.

Elle sera donc partagée en parties égales au-

tant de fois aussi petites que précédemment que 8 sera contenu de fois dans 24.

Il faudra donc, pour que la valeur de ma fraction substituée soit égale à celle de la première que je prenne autant de ces parties que 8 est contenu de fois dans 24.

Or 8 est contenu 3 fois dans 24; donc le numérateur de ma fraction substituée est 3, conformément au principe du §. 90.

Ce que nous venons de dire s'applique à toutes les fractions qui ont pour numérateur le chiffre 1.

Quand il s'agit de transformer une fraction dont le numérateur est supérieur à l'unité en fraction équivalente de dénominateur différent, que fait-on?

93. Quand il s'agira d'opérer la transformation de fractions dont le numérateur est supérieur à l'unité, on opèrera comme dans le cas où le numérateur est l'unité (§. 90), et on multipliera le résultat obtenu par le numérateur.

Ainsi, si au lieu des fractions ci-dessus 1/4, 1/3, 1/6, 1/8, qui nous ont donné respectivement par la transformation 6/24, 8/24, 4/24, 3/24, nous avions 3/4, 2/3, 5/6, 7/8, nous n'aurions qu'à multiplier:

La première fraction par 3, ce qui nous donnerait 18/24;

La seconde fraction par 2, ce qui nous donnerait 16/24;

La troisième fraction par 5, ce qui nous donnerait 20/24;

La quatrième fraction par 7, ce qui nous donnerait 21/24.

Dans l'exemple d'addition que nous avons donné des quatre fractions 1/4, 1/3, 1/6, 1/8,

il était facile de trouver un dénominateur commun, sans avoir besoin d'autre méthode, vu que les dénominateurs de ces fractions sont des nombres peu élevés ; mais si les dénominateurs étaient des nombres considérables, on ne pourrait à la simple vue trouver un dénominateur commun. Nous allons donc avoir recours à un principe d'une application générale.

Quelle méthode générale emploie-t-on pour réduire deux ou un plus grand nombre de fractions au même dénominateur?

94. Pour réduire 2 ou un plus grand nombre de fractions au même dénominateur, on multiplie tous leurs dénominateurs les uns par les autres; le produit de tous ces dénominateurs sera le dénominateur commun.

Il est clair que ce dénominateur commun sera divisible par chacun des dénominateurs des fractions proposées, puisque (§.47) en divisant un produit par un de ses deux facteurs on doit trouver l'autre facteur, et que l'on peut toujours considérer plusieurs facteurs comme n'en faisant qu'un seul.

95. Je dis qu'on peut toujours considérer plusieurs facteurs comme n'en fesant qu'un seul.

Car je suppose que j'aie à multiplier 4 par 3 par 8 et par 9, voilà 3 facteurs, 3, 8 et 9, par lesquels je dois multiplier 4; si je multiplie 3 par 8 j'aurai 24, et si je multiplie 24 par 9 j'aurai 216; c'est donc comme si j'avais 3 à multiplier par 216; donc (§.47), si après avoir multiplié 3 par 216, et trouvé le produit, je divise ce produit par 216, je dois obtenir 3 pour quotient.

Reproduisons ici les fractions 1/4, 1/3, 1/6, 1/8, et donnons-leur pour dénominateur commun le produit de ces dénominateurs qui est 576.

Ce dénominateur commun sera divisible (§. 47 et 94) par chacun des dénominateurs des fractions à transformer.

Par quel nombre le dénominateur commun de plusieurs fractions est-il divisible?

96. Chaque fraction, dans une addition, substituée à la fraction à transformer, aura pour numérateur le quotient qui résulte de la division du dénominateur commun par le dénominateur de la fraction à transformer, lorsque le numérateur de cette dernière fraction est 1 (§. 90);

Quel est, dans une addition, le numérateur de chaque fraction substituée, lorsque le numérateur de la fraction primitive est 1?

97. Et lorsque ce numérateur est supérieur à l'unité, le numérateur de la nouvelle fraction sera ce quotient multiplié par le numérateur de la fraction à transformer (§. 93).

Quel est, dans une addition, le numérateur d'une fraction substituée, lorsque le numérateur de la fraction primitive est supérieur à l'unité?

98. Lorsque la somme de plusieurs fractions offre un numérateur supérieur au dénominateur, on cherche combien l'expression fractionnaire contient d'entiers.

Lorsque la somme de plusieurs fractions offre un numérateur supérieur au dénominateur, que fait-on?

99. Pour cet effet, on divise le numérateur par le dénominateur; le quotient contient le nombre d'entiers que renferme l'expression fractionnaire, et s'il y a un reste, c'est le numérateur d'une fraction dont le dénominateur est le dénominateur de l'expression fractionnaire, c'est-à dire le dénominateur commun.

Comment parvient-on à connaître le nombre d'entiers que contient une expression fractionnaire?

Additionner	2/3 = 5376/8064
	3/4 = 6048/
	1/2 = 4032/
	5/6 = 6720/
	3/7 = 3456/
	5/8 = 5040/
Somme.	30,672/8064

Dividende. 30,672 Diviseur. 8064

Reste. 6480 Quotient. 3.6480/8064

Ayant trouvé pour somme 30,672/8064, je cherche par la division combien cette somme contient d'entiers; je trouve pour entiers 3, et pour reste 6480; en sorte que mon quotient se compose de 3 entiers et 6480/8064.

Exercices.

Additionner 1°. 3/4
5/7
8/9
1/2
2/3

2°. 1/2
5/6
1/4
7/8
5/12

Quand on découvrira à vue un multiple des dénominateurs des fractions proposées, on fera bien de le prendre pour dénominateur commun, sans avoir recours à la multiplication des déno-

minateurs des fractions proposées, parce que cette méthode est toujours la plus longue.

DE LA PREUVE DE L'ADDITION DES FRACTIONS.

100. On fait la preuve de l'addition des fractions en additionnant les complémens (1) de ces fractions.

Comment fait-on la preuve de l'addition des fractions?

En réunissant les deux sommes, il faut que leur valeur soit autant d'entiers qu'il y a de fractions proposées.

En additionnant un nombre quelconque de fractions et leurs complémens, quelle somme doit-on avoir?

Proposons-nous d'additionner

1/3 = 20/60
3/4 = 45/
2/5 = 24/

Somme. 89/60

Ayant trouvé pour somme 89/60, je vais écrire les complémens de ces fractions pour les additionner aussi.

Le complément de 1/3 est 2/3 = 40/60
Le complément de 3/4 est 1/4 = 15/
Le complément de 2/5 est 3/5 = 36/

Somme. 91/60

Première somme. 89/60
Seconde somme. 91/60

Total des deux sommes. 180/60

(1) J'appelle *complément d'une fraction* ce qui manque à cette fraction pour être égale à un entier ou à l'unité.

Je vais maintenant diviser 180 par 60; si mon quotient est 3 sans reste, mes deux sommes feront ensemble 3 entiers, et par conséquent l'opération sera exacte; et c'est ce qui a lieu en effet.

J'ai dit qu'il fallait que la valeur des deux sommes fût autant d'entiers qu'il y avait de fractions proposées.

En effet, d'après le §. 77,
$3/3 = 1$, donc $1/3$ plus le compl. $2/3 = 1$
$4/4 = 1$, donc $3/4$ plus le compl. $1/4 = 1$
$5/5 = 1$, donc $2/5$ plus le compl. $3/5 = 1$

Somme. 3

THÉORIE DU PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR ENTRE DEUX NOMBRES.

Que se propose-t-on par la théorie du plus grand commun diviseur?

101. *La théorie du plus grand commun diviseur entre deux nombres* a pour but d'enseigner à réduire une fraction ou une expression fractionnaire à ses termes les plus simples.

Quand une fraction est-e le réduite à sa plus simple expression?

102. Une fraction est dite réduite à ses termes les plus simples, ou à sa plus simple expression, quand ses termes n'ont pas de sous-multiple commun. (Voyez au §. 38 la signification de sous-multiple.)

Quand peut-on opérer la réduction d'une fraction à une plus simple expression?

103. Il convient souvent de réduire une fraction à sa plus simple expression, et cette réduction est praticable toutes les fois que ses termes ont des sous-multiples communs.

Que signifie réduire une fraction à sa plus simple expression?

104. Réduire une fraction à sa plus simple expression, c'est en diviser les deux termes par le

même nombre ; ce qui (§. 87) ne change pas la valeur de la fraction.

105. Les deux termes d'une fraction réduite à sa plus simple expression s'appellent *premiers entr'eux* (§. 70).

Quels noms prennent les deux termes d'une fraction réduite à sa plus simple expression ?

106. Tout nombre terminé par un chiffre pair ou par zéro est divisible par 2.

Par quel chiffre est divisible tout nombre terminé par un chiffre pair ou par zéro ?

107. Tout nombre, dont la somme des chiffres faite horizontalement est divisible par 3, est lui-même divisible par 3.

Par quel nombre est divisible tout nombre dont la somme des chiffres faite horizontalement est divisible par trois ?

Ainsi, 345,732 est divisible par 3, car $3+4+5+7+3+2=24$, et 24 est divisible par 3, puisque (voyez la table de multiplication) 3 fois 8 font 24.

108. Tout nombre terminé par 5 est divisible par 5.

Par quel nombre est divisible tout nombre terminé par cinq ?

109. Tout nombre terminé par zéro est divisible par 5 et par 10.

Par quel chiffre est divisible tout nombre terminé par cinq et par dix ?

110. Tout nombre dont la somme des chiffres faite horizontalement est divisible par 9, est lui-même divisible par 3 et par 9.

Par quels chiffres est divisible tout nombre dont la somme faite horizontalement est divisible par neuf.

Nous donnerons, dans le supplément, la démonstration des quatre derniers principes.

111. Pour trouver d'une manière générale le plus grand commun diviseur de deux nombres, il faut que les opérations se fassent dans l'ordre suivant :

1°. Diviser le plus grand nombre par le plus petit ; si le quotient est un nombre entier, le plus petit des deux nombres proposés est leur plus grand commun diviseur.

Si la division se fait avec un reste, il faut

2°. Diviser le plus petit des deux nombres proposés par le premier reste ; si le quotient est un nombre entier, le premier reste est le plus grand commun diviseur des deux nombres proposés.

Si la division se fait avec un reste, il faut

3°. Diviser le premier reste par le second ; si le quotient est un nombre entier, le second reste est le plus grand commun diviseur des deux nombres proposés.

Si la division se fait avec un reste, il faut

4°. Diviser le second reste par le troisième ; si le quotient est un nombre entier, le troisième reste est le plus grand commun diviseur des deux nombres proposés.

Si la division se fait avec un reste, il faut

5°. Diviser le troisième reste par le quatrième ; si le quotient est un nombre entier, le quatrième reste est le plus grand commun diviseur des deux nombres proposés.

On continuera de la même manière, tant qu'il y aura un reste ; si le dernier reste est l'unité, on en conclura que les deux nombres proposés n'ont pas de commun diviseur, c'est-à-dire, qu''ils sont premiers entr'eux.

Proposons-nous, d'après ce principe, de chercher le plus grand commun diviseur des nombres 1320 et 480.

Je commence par diviser

1°.	1320 par	480	
1er. Reste.	360	2.	1er. Quotient.

J'ai pour premier quotient 2, et pour premier reste 360.

Je divise ensuite

2°. 480 par | 360

2me. Reste. 120   1. 2me. Quotient.

J'ai pour second quotient 1, et pour second reste 120.

Je divise maintenant

3°. 360 par | 120

000   3. 3me. Quotient.

J'ai pour troisième quotient 3 sans reste.

Je dis :

1°. Que 120 est commun diviseur de 1320 et de 480.

En effet, puisque 120 divise 360, comme 120 divise 120, il s'ensuit que 120 divise $360+120$, c'est-à-dire, 480; mais puisque 120 divise 480, il divise aussi (§. 39) 480×2; mais nous venons de voir que 120 divise 360; donc 120 divise $480 \times 2+360$, c'est-à-dire, 1320; donc 120 est commun diviseur de 1320 et 480.

Je dis : 2°. que 120 est le plus grand commun diviseur de 1320 et 480.

Ce second point sera prouvé par l'absurde.

Si 120 n'est pas le plus grand commun diviseur, soit N, plus grand que 120, le plus grand commun diviseur de 1320 et 480.

Puisque N divise 480, N divise 480×2 (§. 39), c'est-à-dire, 960; mais N divise 1320; et $960 + 360=1320$; donc (§. 41), N divise 360;

puisque N divise 360, N divise 360 × 3, c'est-à-dire, 1080; mais N divise 960, et 960 + 120 font 1080; donc (§. 41) N divise 120, c'est-à-dire, que N, plus grand que 120, est contenu dans 120, ce qui est impossible; donc un nombre plus grand que 120 ne peut être commun diviseur de 1320 et 480.

Donc 120 est le plus grand commun diviseur de ces deux nombres.

Exercices.

Trouver le plus grand commun diviseur

1°. de..............	1224	et	948.
2°. de..............	3768	et	1584.
3°. de..............	16464	et	11760.
4°. de..............	4280	et	12360.
5°. de..............	11286	et	39096.
6°. de..............	33160	et	14160.

Et prouver

1°. Que le nombre trouvé divise les deux nombres proposés.

2°. Que le nombre trouvé est le plus grand commun diviseur des deux nombres proposés.

En fesant l'addition des fractions du §. 99, on a trouvé pour somme 30,672/8064, et par la voie de la division on a obtenu 3 entiers et 6480/8064. Sans avoir besoin d'employer la méthode du plus grand commun diviseur, on voit tout de suite que la fraction 6480/8064 est réductible à une plus simple expression, puisque ses deux termes sont, l'un terminé par 0, l'autre terminé par un nombre pair, et qu'ainsi

(§. 106) ils sont l'un et l'autre divisibles par 2; mais pour savoir s'ils sont divisibles par un plus grand nombre, c'est-à-dire multiples d'un plus grand nombre, il faut avoir recours au plus grand commun diviseur.

1er. Dividende.	8064	6480	1er. Diviseur.
1er. Reste.	1584	1	1er. Quotient.
2me. Dividende.	6480	1584	2me. Diviseur.
2me. Reste.	144	4	2me. Quotient.
3me. Dividende.	1584	144	3me. Diviseur.
	144	11	3me. Quotient.
	000		

Le second reste 144 divisant exactement le premier reste 1584, j'en conclus que 144 est le plus grand commun diviseur de 8064 et 6480.

Je divise donc par le nombre 144 le numérateur et le dénominateur de la fraction 6480/8064, ce qui (§. 87) ne change pas la valeur de la fraction.

En divisant le numérateur 6480 par 144, j'ai pour quotient 45 que je place de cette manière :

45/

En divisant le dénominateur 8064 par 144; j'ai pour quotient 56 que je place ainsi:

/56

Ma fraction 6480/8064 devient donc, réduite à sa plus simple expression, 45/56.

DE LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS VULGAIRES PAR LES NOMBRES ENTIERS.

Comment multiplie-t-on une fraction par un nombre entier ?

112. Pour multiplier une fraction par un nombre entier, on multiplie le numérateur de la fraction par ce nombre entier, en laissant le dénominateur tel qu'il est, ce qui donne le numérateur du produit, et ce produit prend pour dénominateur le dénominateur du multiplicande.

Exemple.

Multiplier 5/8 par 4.
Multiplicande. 5/8
Multiplicateur. 4

Produit. 20/8

Mon multiplicande 5/8 n'est que la huitième partie de 5 (§. 45) puisque le numérateur d'une fraction est considéré comme le dividende (§. 76) et le dénominateur comme le diviseur. Mon produit doit donc être la huitième partie du produit de 5 par 4 ; donc après avoir multiplié 5 par 4, ce qui donne 20, comme ce produit est 8 fois aussi grand que doit l'être le véritable produit, il faut que je le divise par 8, et c'est ce qui a lieu en lui donnant pour dénominateur 8.

Quelle dénomination peut recevoir une fraction ?

113. Une fraction peut aussi recevoir la dénomination de *quotient*, car (§. 76) le numérateur représente le dividende, et le dénominateur représente le diviseur.

114. Le §. 112 signifie donc que le quotient

est rendu autant de fois aussi grand qu'il l'était que le multiplicateur contient de fois l'unité.

Ce qui justifie encore le §. 54 où nous avons dit qu'en multipliant le dividende, et laissant le diviseur tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi grand qu'il l'était qu'il y a d'unités dans le facteur par lequel on a multiplié le dividende (1).

115. Lorsque l'on a obtenu le produit d'une fraction par un nombre entier, si le numérateur de ce produit est plus fort que le dénominateur, cette valeur est plus forte que l'unité (§. 60), et pour savoir combien de fois elle renferme l'unité, on divise (comme nous l'avons déjà dit) le numérateur par le dénominateur.

Exercices.

Multiplier

1°. 3/4 par 15.
2°. 5/8 par 8.
3°. 6/7 par 12.
4°. 5/6 par 28.
5°. 7/8 par 36.
6°. 11/12 par 50.

(1) Pour mieux sentir qu'une fraction peut toujours être considérée comme un quotient, on n'a qu'à consulter le §. 81 qui enseigne que l'on peut toujours transformer un nombre entier en expression fractionnaire de dénominateur quelconque, en multipliant le nombre entier par le nombre que l'on veut avoir pour dénominateur de l'expression fractionnaire, et en prenant le produit pour numérateur de l'expression fractionnaire. Ainsi l'on n'aurait qu'à adopter le diviseur pour dénominateur d'une expression fractionnaire, tandis que le dividende ou numérateur serait représenté par le produit du quotient par le diviseur.

Pourquoi une fraction peut-elle aussi recevoir la dénomination de quotient ?

Quel produit trouve-t-on en multipliant une fraction par un nombre entier égal au dénominateur du multiplicande?

116. En multipliant une fraction par un nombre entier égal au dénominateur du multiplicande, on obtient un produit égal à autant d'unités qu'il y en a dans le numérateur du multiplicande.

Cette opération est donc équivalente à la suppression du dénominateur.

En effet, je suppose que j'aie à multiplier 5/6 par 6; le §. 112 m'apprend que je dois multiplier le numérateur 5 par 6 sans toucher au dénominateur qui deviendra le dénominateur de mon produit; mon numérateur se trouvera donc composé de deux facteurs dont le nouveau est identique avec le dénominateur; donc j'aurai une expression fractionnaire qui représentera autant d'entiers qu'en contient le numérateur de la fraction que j'ai multipliée, puisqu'en divisant un produit par un de ses facteurs, on a pour quotient l'autre facteur (§. 47), et que c'est en divisant le numérateur d'une expression fractionnaire par son dénominateur que l'on obtient les entiers qu'elle contient (§. 82).

Lorsque je multiplie une fraction dont le numérateur est 1 par un nombre égal au dénominateur de cette fraction, à quel nombre rends égal le numérateur de cette fraction?

Il est encore un moyen simple de faire comprendre ce principe. Lorsque je multiplie une fraction dont le numérateur est 1 par un nombre égal au dénominateur de cette fraction, il est évident que je rends le numérateur de cette fraction égal au dénominateur; or, ce résultat est équivalent à l'unité (§. 77). Mais si le numérateur, au lieu d'être 1, était 2, il est clair que la valeur de la fraction serait double; donc le produit obtenu serait double aussi; si le nu-

mérateur était 3, la valeur de la fraction serait triple; donc le produit serait également triple; et enfin quel que soit le numérateur d'une fraction, en multipliant cette fraction par un nombre égal à son dénominateur, on obtiendra toujours un produit égal à autant d'entiers qu'il y en a dans le numérateur.

Exercices.

On ne doit pas faire d'opération pour répondre aux questions suivantes :

Quel est le produit ?

1°. de 4/5 par 5.
2°. de 5/6 par 6.
3°. de 15/16 par 16.
4°. de 2/3 par 3.
5°. de 11/12 par 12.
6°. de 14/15 par 15.

Autres exercices.

7°. Huit personnes ont pris 3/8 d'aune chacune, combien ont-elles pris d'aunes en tout ?

8°. Neuf personnes ont acheté 2/9 d'aune chacune, combien ont-elles acheté d'aunes en tout?

117. On peut aussi opérer la multiplication des fractions par les nombres entiers par la voie de la division, mais il faut pour cela que le dénominateur soit multiple du multiplicateur, ou, en d'autres termes, qu'il soit divisible par le multiplicateur.

Par quelle voie opère-t-on quelquefois la multiplication des fractions par des nombres entiers, sans employer la multiplication?

118. Quand on opère la multiplication des fractions par les entiers par la voie de la division, on divise le dénominateur par le multiplicateur sans toucher au numérateur.

Quand on opère la multiplication des fractions par les entiers par la voie de la division, que fait-on?

Quel résultat obtient-on en multipliant par la voie de la division la fraction multiplicande par un nombre entier ?

Le résultat est une valeur qui a pour numérateur le numérateur de la fraction multiplicande et pour dénominateur le quotient qu'on obtient en divisant le dénominateur de la fraction multiplicande par le multiplicateur.

119. En effet, plus le dénominateur est grand, plus sont petites les parties égales dans lesquelles l'unité a été partagée, puisque (§. 60) le dénominateur indique en combien de parties égales l'unité a été partagée.

Or, en divisant le dénominateur par un nombre, je cherche un troisième nombre qui soit aut ant de fois aussi petit que le dénominateur que le diviseur contient de fois l'unité (§. 32). Mais le nombre que je cherche sera le dénom inateur d'une fraction qui a pour numérateur le numérateur de celle que je veux multiplier ; ce dénominateur indiquera donc que l'unité est partagée en un nombre de parties autant d e fois aussi petit que le nombre primitif qu'il y a d'unités dans le diviseur ; donc les nouvelles parties dont l'ensemble représente toujours l'unité serontautant de fois aussi grandes que les premières que le diviseur contient de fois l'un ité ; et comme le numérateur, qui indique le nombre qu'on prend de ces parties, n'a pas changé, mon résultat ou produit se trouve être autant de fois aussi grand que le multiplicande que le multiplicateur, qui a fait l'office de diviseur, contient de fois l'unité.

Des exemples vont éclaircir ce que ces détails pourraient avoir de trop abstrait.

Soit proposé de multiplier 5/8 par 4.

Si en multipliant 5/8 par 4 je procède par voie de multiplication, je multiplie le numérateur 5 par 4, ce qui me donne........ 20/8.

En multipliant 5/8 par 4, et procédant par voie de multiplication, que fais-je?

Si en multipliant 5/8 par 4 je procède par voie de division, je divise le dénominateur 8 par 4, ce qui me donne...... 5/2.

Si en multipliant 5/8 par 4. je procède par voie de division, que fais-je?

Comme ces deux moyens conduisent au même résultat, je dois avoir 5/2=20/8.

Ne pouvant savoir si deux fractions ou deux expressions fractionnaires sont égales lorsque leurs termes ne sont pas premiers entr'eux, ou, ce qui revient au même lorsqu'elles ne sont pas réduites à leur plus simple expression, je les y réduis, et après cette opération leurs termes doivent être identiques s'il est vrai qu'elles soient égales. Dans le cas actuel, je vois que l'une des deux expressions fractionnaires, 5/2, a ses termes premiers entr'eux; il ne s'agit donc plus que de réduire à sa plus simple expression 20/8.

Lorsque je veux savoir si deux fractions ou deux expressions fractionnaires sont égales, que dois-je faire?

Opération par la méthode du plus grand commun diviseur.

1er. Dividende.	20	8. 1er. Diviseur.
1er. Reste.	4	2. 1er. Quotient.
2e. Dividende.	8	4. 2e. Diviseur.
	0	2. 2e. Quotient.

Mon premier reste 4 divisant exactement le plus petit des deux termes de l'expression fractionnaire, j'en conclus que 4 est le plus grand

commun diviseur des deux termes de l'expression fractionnaire 20/8.

Je divise donc 20 par 4, ce qui me donne 5 pour quotient.

5/

Je divise ensuite 8 par 4, ce qui me donne 2 pour quotient

/2

Réunissant ces deux termes, j'ai par conséquent 5/2, et ainsi les 2 expressions fractionnaires se trouvent être identiques.

Je n'ai fait à ces deux expressions l'application de la théorie du plus grand commun diviseur que pour affermir les commençans dans cette méthode donnée plus haut; car il était aisé de connaître à la seule inspection que le plus grand commun diviseur est 4.

Quelle différence y a-t-il pour la simplicité des résultats entre opérer la multiplication des fractions par les entiers par voie de multiplication, et opérer cette même multiplication par voie de division ?

120. En opérant la multiplication des fractions par les entiers par voie de multiplication, on obtient des résultats moins simples; mais cette voie a l'avantage sur celle de la division en ce qu'elle est d'une application invariable, tandis qu'on ne peut procéder par voie de division que lorsque le multiplicateur est sous-multiple du dénominateur.

DE LA MULTIPLICATION DES NOMBRES ENTIERS PAR LES FRACTIONS VULGAIRES.

Obtient-on un produit différent en multipliant une fraction par un entier ou en multipliant un entier par une fraction?

121. Comme il est indifférent lequel des deux facteurs on prenne pour multiplicande ou pour multiplicateur (§. 26), on sent que multiplier une fraction par un entier, ou multiplier un entier par une fraction, ne change pas l'état de la

question, et que le produit doit être le même.

Soit 14 à multiplier par 3/7.

En multipliant 14 par mon numérateur 3, je multiplie par un nombre qui est 7 fois aussi grand que l'est mon véritable multiplicateur 3/7, puisque mon multiplicateur n'est pas 3 unités, mais des septièmes d'unité; mon produit se trouvera donc 7 fois aussi grand que doit l'être mon véritable produit; donc pour le ramener à sa véritable valeur je dois le diviser par 7.

Après avoir multiplié 14 par 3, ce qui produit 42, je divise 42 par 7, c'est-à-dire que j'en prends la septième partie, et si je ne veux pas effectuer la division, ce produit se trouve sous la forme 42/7.

Comment multiplie-t-on un nombre entier par une fraction?

122. Il résulte de-là que pour multiplier un nombre entier par une fraction, on multiplie le nombre entier par le numérateur de la fraction, et l'on donne au produit le dénominateur de la fraction; ce qui est conforme au principe du §. 112, où la fraction est multiplicande, tandis qu'ici elle est multiplicateur.

Dans la multiplication d'un nombre entier par une fraction, multiplie-t-on toujours le nombre entier par le numérateur?

123. Dans la multiplication d'un nombre entier par une fraction, il convient quelquefois de commencer par diviser le nombre entier par le dénominateur de la fraction; dans ce cas on multiplie le quotient par le numérateur de la fraction; le produit se trouvera être celui de la multiplication du nombre entier par la fraction.

Mais dans cette circonstance il faut que le dividende soit multiple du dénominateur de la fraction diviseur.

Exemple.

Multiplier 64 par 3/4.

Je commence par prendre le quart de 64, ce qui me donne 16 pour quotient; je multiplie 16 par le numérateur 3, ce qui produit 48. Le produit de 64 par 3/4 est donc 48.

En effet, en prenant le quart de 64, je n'ai pris que la troisième partie de ce que je devais en prendre; donc pour avoir ce qu'il me faut, je dois multiplier mon résultat par 3.

124. Lorsque le numérateur d'une fraction multiplicateur contient des facteurs, ou, en d'autres termes, des sous-multiples du dénominateur, on peut obtenir des produits partiels d'une manière plus commode, et c'est même celle que l'usage consacre tous les jours dans les besoins de la vie.

Je suppose que mon multiplicande ci-dessus 64 représente 64 livres de farine, dont je veux avoir les 3/4. Je raisonne de cette manière :

Le numérateur 3 est composé de 2 et de 1 qui sont des sous-multiples de 4; car l'unité est toujours un sous-multiple d'un nombre entier quelconque; 2 est la moitié de 4, et 1 en est le quart.

Or, comme le dénominateur indique en combien de parties l'unité a été partagée (§. 60), et puisque 2 est ici la moitié du dénominateur et que 1 en est le quart, il est évident que 2 représente la moitié de l'unité, et que 1 en représente le quart.

125. Puisque (§. 25) le produit doit contenir autant de fois le multiplicande que le multiplicateur contient de fois l'unité, il s'ensuit que si le multiplicateur est l'unité, le produit sera égal au multiplicande; de manière que si le multiplicateur n'est que la moitié de l'unité, le produit ne sera que la moitié du multiplicande; que si le multiplicateur n'est que le quart de l'unité, le produit ne sera que le quart du multiplicande; en sorte que pour embrasser tous les cas à-la-fois, si le multiplicateur n'est que la m^{me}. partie de l'unité, m étant un nombre entier quelconque, le produit ne sera que la m^{me}. partie du multiplicande.

Lorsque le multiplicateur est l'unité, à quoi doit être égal le produit?

Lorsque le multiplicateur n'est que la moitié de l'unité, à quoi doit être égal le produit?

Lorsque le multiplicateur n'est que le quart de l'unité, à quoi doit être égal le produit?

Donc, lorsque la fraction multiplicateur a pour numérateur l'unité, le produit est la partie aliquote du multiplicande indiquée par le dénominateur.

Reprenons maintenant le multiplicande 64 et le multiplicateur 3/4, et faisons trois fois l'opération, l'une d'après le principe du §. 122, l'autre d'après celui du §. 123, et la troisième d'après le principe du §. 125, qui n'a lieu que dans le cas prévu par le §. 124.

Lorsque la fraction multiplicateur a pour numérateur l'unité, quel est le produit?

Multiplier 64 livres de farine par 3/4, ou en d'autres termes:

Prendre les 3/4 de 64 livres de farine.

1°. Opération d'après le principe 122:
Multiplicande. 64 livres de farine.
Multiplicateur. 3/4

Produit. 192/4

2°. Opération d'après le principe 123.

Multiplicande.	64	Dividende. 64	Diviseur. 4
Multiplicateur.	3/4	Quotient.	16
Produit.	48	Numérateur.	3
		Produit du quotient par le numérateur.	48

3°. Opération d'après le principe 125.

	Multiplicande.	64	
	Multiplicateur.	3/4	
Multiplicateurs partiels.	1°. 1/2...	32	produit partiel.
	2°. 1/4...	16	produit partiel.
		48	produit total.

En supposant pour multiplicateur l'unité, à quoi doit être égal le produit ?

126. La base du raisonnement de la troisième opération est que, en supposant pour multiplicateur 1, le produit doit être égal au multiplicande (§. 125).

La fraction 3/4 est composée de 2/4 plus 1/4; les 2 termes de la fraction 2/4 n'étant pas premiers entr'eux, cette fraction n'est pas réduite à sa plus simple expression; il faut donc l'y réduire en en divisant les 2 termes par le même nombre, ce qui (§. 87) ne change pas la valeur de la fraction. Je divise en conséquence les 2 termes par le même nombre 2; en divisant le numérateur j'ai 1 pour quotient, en divisant le dénominateur mon quotient est 2. Ma fraction réduite à sa plus simple expression est 1/2.

Mon multiplicateur 3/4 se trouve donc décomposé en deux facteurs 1/2 et 1/4.

En multipliant le multiplicande 64 par 1/2, je dois donc avoir pour produit (§. 125) la moitié de 64; ainsi il me faut prendre la moitié de 64, qui est 32; j'écris 32 comme produit partiel.

En multipliant le multiplicande 64 par 1/4, je dois donc avoir pour produit (§. 125) le quart de 64; ainsi il me faut prendre le quart de 64, qui est 16; j'écris 16 comme produit partiel.

En multipliant le multiplicande par un quart, que dois-je avoir pour produit?

J'additionne mes produits 32 et 16; j'ai pour somme 48 qui forme mon produit total.

127. Il est bon de remarquer, au sujet de la troisième opération que nous venons de faire, que comme nous avons réduit 2/4 en 1/2 pour simplifier l'expression, nous pouvons de même transformer 1/2 en 2/4 en multipliant les 2 termes de 1/2 par 2 en vertu du §. 85, ce qui ne change pas la valeur de 1/2; or, 1/4 est la moitié de 2/4; et puisque 2/4 ou 1/2 m'a donné pour produit partiel 32, 1/4 me donnera pour produit partiel la moitié de 32; en sorte qu'au lieu de prendre le quart du multiplicande je n'ai qu'à prendre la moitié de ce qu'a produit le multiplicateur partiel 2/4 ou son égal 1/2.

On verra d'ailleurs, lors de la multiplication des fractions par des fractions, que la moitié de 1/2 est 1/4.

128. Lors donc que l'on a des fractions pour multiplicateurs partiels, on peut opérer, pour un multiplicateur quelconque, sur le produit de tel ou tel multiplicateur partiel, en prenant de ce produit la partie aliquote du multiplicateur par-

tiel d'où il provient, indiquée par le multiplicateur quelconque en question.

Je vais éclaircir ceci par un nouvel exemple.

Multiplier 56 livres de farine par 7/8.

On prendra les 7/8 de 56 livres de farine.

Opération d'après le principe 125 :

	Multiplicande.	56	livres de farine.
	Multiplicateur. 7/8		
Multiplicateurs partiels.	1°. 4/8...	28	produit partiel.
	2°. 2/8...	14	produit partiel.
	3°. 1/8 ..	7	produit partiel.
		49	produit total.

Dans la fraction multiplicateur 7/8 le numérateur 7 renferme des facteurs ou multiples du dénominateur 8, c'est-à-dire 4, 2 et 1.

Le dénominateur 8 indique que l'unité est partagée en 8 parties égales (§. 60).

4 étant la moitié de 8, 4/8 représentent donc la moitié de l'unité.

2 étant le quart de 8, 2/8 équivalent au quart de l'unité.

Et enfin 1 étant le huitième de 8, 1/8 équivaut au huitième de l'unité.

Or, lorsque l'unité est multiplicateur, le produit est égal au multiplicande (§. 125).

Donc lorsque le multiplicateur, au lieu d'être l'unité, est la moitié de l'unité, le produit doit être la moitié du multiplicande. Donc le produit de 56 par 4/8, doit être égal à la moitié de 56, qui est 28.

Donc lorsque le multiplicateur, au lieu d'être

l'unité, est le quart de l'unité, le produit doit être égal au quart du multiplicande. Donc le produit de 56 par 2/8 doit être égal au quart de 56, qui est 14.

Donc lorsque le multiplicateur, au lieu d'être l'unité, est le huitième de l'unité, le produit doit être égal au huitième du multiplicande. Donc le produit de 56 par 1/8 doit être égal au huitième de 56 qui est 7.

Lorsque le multiplicateur, au lieu d'être l'unité, est le huitième de l'unité, à quoi doit être égal le produit?

Si, après avoir trouvé le produit de 4/8, on voulait, pour obtenir le produit de 2/8, opérer sur le produit de 4/8 au lieu d'opérer sur le multiplicande, on n'aurait qu'à considérer que 2/8 étant la moitié de 4/8, leur produit serait égal à la moitié de celui de 4/8; et par conséquent on prendrait la moitié de ce dernier, au lieu de prendre la moitié du multiplicande, ce qui simplifie l'opération.

De même pour 1/8 on prendrait la moitié du produit de 2/8, au lieu de prendre le huitième du multiplicande, ce qui la simplifie bien plus encore.

Exercices.

Multiplier suivant les 4 opérations des paragraphes 122, 123, 125 et 128.

1°. 48 par 13/16.

2°. 72 par 23/24.

DE LA DIVISION DES FRACTIONS VULGAIRES PAR LES NOMBRES ENTIERS.

129. Puisque (§. 32) diviser un nombre appelé *dividende* par un autre appelé *diviseur*,

Comment divise-t-on une fraction par un nombre entier?

c'est en chercher un troisième qui soit autant de fois aussi petit que le dividende que le diviseur contient de fois l'unité, il s'ensuit que pour diviser une fraction par un nombre entier, il faut multiplier le dénominateur de la fraction par le diviseur, et laisser le numérateur tel qu'il est.

En effet, en multipliant le dénominateur d'une fraction par un nombre entier, on conçoit l'unité divisée en parties égales autant de fois aussi nombreuses qu'elles l'étaient qu'il y a d'unités dans le multiplicateur. Or, pour être autant de fois aussi nombreuses qu'auparavant que le multiplicateur contient de fois l'unité, il faut qu'elles soient autant de fois aussi petites qu'auparavant que le multiplicateur contient de fois l'unité, puisque l'unité ne change pas de valeur, quel que soit le nombre de parties égales dans lequel on la partage ; et comme le numérateur est resté le même, il est clair que le dividende est devenu autant de fois aussi petit qu'il l'était que le diviseur contient de fois l'unité ; donc le résultat que l'on a obtenu est le quotient (§.32).

Quel genre d'opération fait-on en multipliant le dénominateur de la fraction dividende par un nombre entier?

130. Donc on opère une véritable division par voie de multiplication en multipliant le dénominateur de la fraction dividende par le nombre entier diviseur, et en laissant le numérateur tel qu'il est.

Ce qui justifie le principe du §. 55, où nous avons dit que quel que soit le nombre par lequel on multiplie le diviseur, en laissant le dividende tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois

aussi petit qu'il l'était qu'il y a d'unités dans le multiplicateur.

Or, le dénominateur représente le diviseur (§. 76), et le numérateur représente le dividende.

Diviser 3/4 par 12.

Dividende. 3/4 Diviseur. | 12.

Quotient. 3/48.

J'ai multiplié le dénominateur 4 du dividende par le diviseur 12, ce qui a produit 48 pour le dénominateur du quotient qui a pour numérateur le numérateur 3 du dividende.

3/48 est donc la douzième partie de 3/4.

131. On opère aussi la division d'une fraction par un nombre entier par voie de division en divisant le numérateur par le diviseur, et laissant le dénominateur tel qu'il est (§. 56), pourvu que le numérateur de la fraction dividende soit multiple du diviseur.

Lorsque l'on opère la division d'une fraction par un nombre entier par voie de division, que fait-on?

Exemple.

Diviser 8/15 par 4.

Dividende. 8/15 Diviseur. | 4.

Quotient. 2/15.

2/15 est donc le quart de 8/15.

Exercices.

Diviser par voie de multiplication et par voie de division :

1°. 25/36 par 5.
2°. 42/51 par 7.
3°. 48/73 par 8.
4°. 64/81 par 16.

Diviser par voie de multiplication :

5°. 3/7 par 12.
6°. 5/8 par 9.
7°. 11/12 par 15.
8°. 15/16 par 28.

DE LA DIVISION DES NOMBRES ENTIERS PAR LES FRACTIONS VULGAIRES.

Diviser un nombre par un autre, c'est (§. 30) chercher combien de fois un nombre appelé *dividende* en contient un autre appelé *diviseur*.

Or, le dividende contiendra le diviseur un nombre de fois d'autant plus grand que le diviseur sera plus petit.

Lorsque le diviseur est l'unité, que doit-on avoir pour quotient?

132. Si le diviseur était 1, le dividende contiendrait le diviseur autant de fois qu'il y aurait d'unités dans le dividende, c'est-à-dire que le quotient serait le dividende même.

133. Si le diviseur était 1/2, le dividende contiendrait donc 2 fois autant le diviseur que dans le cas du §. 132.

134. Si le diviseur était 1/4, le dividende contiendrait donc 4 fois autant le diviseur que dans le cas du §. 132.

En divisant un nombre entier par une fraction quelconque dont le numérateur est 1, quel doit être le quotient?

135. Ce raisonnement pouvant s'étendre à une fraction quelconque qui aurait 1 pour numérateur, on peut dire qu'en divisant un nombre entier par une fraction quelconque dont le

numérateur est 1, on a pour quotient un nombre autant de fois aussi grand que le dividende que le dénominateur de la fraction diviseur contient de fois l'unité. En sorte que

136. Pour diviser un nombre entier par une fraction quelconque dont le numérateur est au-dessus de l'unité, on opère comme dans le cas du §. 135 où le numérateur est 1, et on divise le résultat par le numérateur.

Que fait-on pour obtenir le quotient de la division d'un nombre entier par une fraction quelconque dont le numérateur est au-dessus de l'unité ?

Soit proposé de diviser 48 par 3/4.

Dividende. 48 Diviseur. | 3/4.

Quotient. 64.

```
  48
   4
 ----
 192  | 3
      |----
        64
```

Ayant multiplié le dividende 48 par le dénominateur 4 du diviseur 3/4, en vertu du §. 134, j'ai divisé le produit 192 par le numérateur 3 du diviseur 3/4, en vertu du principe du §. 135, ce qui m'a donné pour quotient 64, qui est le quotient cherché.

Il est aisé d'expliquer le §. 136 par le §. 135. Si le diviseur ci-dessus, au lieu d'être 3/4 était 1/4, il serait, d'après le §. 135, contenu 4 fois 48 fois dans 48, c'est-à-dire 192 fois; mais comme le diviseur n'est pas 1/4 mais 3/4 qui est une quantité 3 fois aussi grande, il ne peut être contenu dans 48 que le tiers de fois de 192.

En divisant un nombre entier par une fraction dont le numérateur est égal au dividende, que doit-on avoir pour quotient ?

137. Le §. 136 renferme implicitement le principe qu'en divisant un nombre entier par une fraction dont le numérateur est égal au dividende, on doit avoir pour quotient un nombre entier égal au dénominateur de la fraction diviseur.

Car si, après avoir multiplié le dividende par le dénominateur de la fraction diviseur, je divise le produit par le dividende qui est égal au numérateur, il est clair que je dois avoir pour quotient le dénominateur (§. 47).

Exemple.

Diviser 3 par 3/7.

Dividend . 3	Diviseur.	3/7
3	Quotient.	7.
7		
21 | 3		
7		

Exercices.

Comment divise-t-on

1°. 40 par 5/6.

2°. 75 par 5/8.

3°. 36 par 6/7.

On doit pouvoir répondre aux questions suivantes sans prendre la plume.

Quel est le quotient de la division de

4°. 9 par 9/10.

5°. 15 par 15/28.

6°. 20 par 20/33.

Il est encore aisé de se rendre compte du principe du §. 136 rappelé au §. 137, si l'on considère que l'on peut toujours (§. 81) transformer un nombre entier en expression fractionnaire, en multipliant le nombre entier par le nombre qu'on veut lui donner pour dénominateur.

Or, si je transforme le dividende 3 ci-dessus en expression fractionnaire qui ait pour dénominateur 7, je multiplie le dividende 3 par 7, ce qui produit 21, et je lui donne pour dénominateur 7, ce qui fait 21/7. La question se réduit donc à diviser 21/7 par 3/7; et comme (§. 52) on ne change pas la valeur d'un quotient en multipliant le dividende et le diviseur par le même nombre, je supprime le dénominateur 7 dans le dividende et le diviseur, ce qui est (§. 116) multiplier le dividende et le diviseur par le même nombre; il ne me reste donc plus qu'à diviser 21 par 3, et j'obtiens 7 pour quotient.

DE LA SOUSTRACTION DES FRACTIONS VULGAIRES.

138. Pour faire la soustraction des fractions vulgaires, il faut qu'elles aient le même dénominateur.

Quelle condition est exigée pour faire la soustraction des fractions vulgaires ?

139. Si elles sont de dénominateurs différens, on les réduit au même dénominateur par le principe exposé au §. 94, à moins que la nature des fractions n'offre la facilité de se conformer aux observations antérieures.

Lorsque les fractions que l'on veut soustraire l'une de l'autre sont de dénominateurs différens, que fait-on ?

Lorsque l'on a réduit au même dénominateur deux fractions qu'il faut soustraire l'une de l'autre, que reste-t-il à faire ?

140. Dès que l'on a réduit, s'il y a lieu, les deux fractions au même dénominateur, il ne s'agit plus que de soustraire les numérateurs l'un de l'autre; la différence sera le numérateur de la fraction cherchée, dont le dénominateur sera celui des deux fractions proposées.

Soit proposé de soustraire 5/8 de 7/9.

Opération.

	7/9 = 56/72
	5/8 = 45/
Différence.	11/72
Preuve.	56/72

D'après le §. 94, le dénominateur commun est 72; et d'après les §. 96 et 97, la fraction 5/8 prend pour numérateur 45 dans sa transformation, comme la fraction 7/9 prend pour numérateur 56.

Je dis maintenant: de 6 retranché 5, il reste 1, je pose 1 au-dessous; de 5 retranché 4, il reste 1, je pose 1 au-dessous de 4.

J'ai donc pour différence 11/72, qui, avec 45/72, fait 56/72, ce qui constitue la preuve d'après le §. 24.

Exercices.

Soustraire

1°. 3/4 de 7/8.
2°. 5/6 de 8/9.

Quelle est la différence

1°. Entre 4/5 et 5/6.
2°. Entre 2/3 et 710.

Il faut bien faire attention, quand on soustrait une fraction d'une autre, ou que l'on en cherche la différence, de mettre au-dessus celle d'une valeur supérieure, ce qui est toujours aisé à connaître.

DE LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS VULGAIRES PAR LES FRACTIONS VULGAIRES.

141. On multiplie une fraction par une fraction en multipliant numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur; les produits respectifs forment le numérateur et le dénominateur de la fraction produit. Comment multiplie-t-on une fraction par une fraction?

Exemple.

Multiplier 7/8 par 3/5.
Multiplicande. 7/8
Multiplicateur. 3/5

Produit. 21/40

Il est aisé de se rendre compte de ce principe; car si mon multiplicateur, au lieu d'être 3/5, était 3, il me fraudrait (§. 112) multiplier le numérateur du multiplicande 7/8, et laisser le dénominateur tel qu'il est; ce qui me donnerait pour produit 21/8.

Mais mon multiplicateur 3 est 5 fois aussi grand que mon véritable multiplicateur 3/5 (§. 33), et par conséquent mon produit 21/8 est 5 fois aussi grand que doit l'être mon véritable produit; donc je dois le rendre 5 fois aussi petit; et c'est ce qui a lieu (§. 129) en multipliant le dénominateur 8 par 5.

La multiplication d'une fraction par une fraction peut-elle donner un produit égal à l'unité?

142. La multiplication d'une fraction par une autre fraction ne peut jamais donner pour produit un nombre égal à l'unité.

Car le produit doit contenir le dividende autant de fois que le multiplicateur contient l'unité (§. 25); or, si le multiplicateur est au-dessous de l'unité ainsi que le multiplicande, comme c'est le cas de la multiplication des fractions par les fractions, il est clair que le produit est au-dessous de l'unité.

143. On peut encore remarquer qu'en multipliant une fraction par une fraction, on doit toujours avoir un produit moindre que le multiplicande, puisqu'il faudrait que le multiplicateur fût l'unité pour que le produit fût égal au multiplicande.

Quelle différence y a-t-il entre *multiplier une fraction par une fraction* et *prendre une fraction de fraction!*

144. *Multiplier une fraction par une fraction*, ou *prendre une fraction de fraction*, est la même chose exprimée de deux manières différentes.

Ainsi multiplier 5/6 par 3/4 c'est prendre les 3/4 de 5/6, ou (§. 26) les 5/6 de 3/4.

Il n'est personne qui, tenant une boutique de comestibles, de fruiterie, etc., ne sache ce que c'est qu'*un demi-quart*. Cette expression, traduite en langage arithmétique signifie 1/8, et est le produit de la multiplication de 1/4 par 1/2.

Opération.

Multiplicande.	1/4
Multiplicateur.	1/2
Produit.	1/8

Pour multiplier 1/4 par 1/2, j'ai multiplié numérateur par numérateur, et dénominateur par dénominateur. J'ai trouvé pour produit 1/8.

Exercices.

1°. Multiplier 7/8 par 2/3.
2°. Multiplier 3/5 par 3/4.
3°. Prendre les 9/10 de 3/14.
4°. Prendre la 1/2 de 15/19.
5°. Multiplier 11/12 par 7/10.
6°. Prendre 3/5 de 16/25.

145. La multiplication d'une fraction par une fraction, ou, en d'autres termes, une fraction de fraction fournit un moyen commode d'apprécier la valeur d'un rang quelconque, d'après le principe du §. 8.

Fesons l'examen de la valeur relative des chiffres du nombre $\overset{54321}{44444}$.

Le quatrième chiffre 4 vaut la dixième partie du cinquième chiffre 4; le troisième chiffre 4 vaut la dixième partie du quatrième chiffre 4; donc le troisième chiffre 4 vaut la dixième partie de la dixième partie du cinquième chiffre 4; or la dixième partie de la dixième partie n'est autre chose que 1/10 de 1/10, c'est-à-dire 1/100, en multipliant (§. 144) numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur.

Donc le troisième chiffre 4 vaut la centième partie du cinquième chiffre 4.

Le deuxième chiffre 4 vaut la dixième partie du troisième chiffre 4; mais le troisième chiffre

4 vaut, d'après ce qui vient d'être dit, la centième partie du cinquième chiffre 4; donc le deuxième chiffre 4 vaut la dixième partie de la centième partie du cinquième chiffre 4. Or la dixième partie de la centième partie n'est autre chose que 1/10 de 1/100, c'est-à-dire 1/1000, en multipliant (§. 144) numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur.

Donc le deuxième chiffre 4 vaut la millième partie du cinquième chiffre 4.

Le premier chiffre 4 vaut la dixième partie du deuxième chiffre 4; mais l'on vient de voir que le deuxième chiffre 4 vaut la millième partie du cinquième chiffre 4; donc le premier chiffre 4 vaut la dixième partie de la millième partie du cinquième chiffre 4. Or la dixième partie de la millième partie n'est autre chose que 1/10 de 1/1000, c'est-à-dire 1/10000, en multipliant (§. 144) numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur.

Donc le premier chiffre 4 vaut la 10000me. partie du cinquième chiffre 4.

Que vaut un chiffre quelconque à la droite d'un autre chiffre semblable?

146. On voit donc qu'un chiffre quelconque à la droite d'un autre chiffre semblable vaut une partie aliquote de ce chiffre indiquée par un nombre qui commence par le chiffre 1, suivi d'autant de zéros qu'il y a de chiffres depuis le chiffre à droite en question inclusivement, jusqu'au chiffre à gauche exclusivement auquel on le compare.

Exemple.

7 6 5 4 3 2 1
5555555

Le deuxième 5 vaut la 100000me. partie du septième 5, car il occupe le cinquième rang à droite du septième 5.

Le cinquième 5 vaut la 100me. partie du septième 5, car il occupe le deuxième rang à droite du septième 5.

Le premier 5 vaut la 1000000me. partie du septième 5, car il occupe le sixième rang à droite du septième 5.

Le quatrième 5 vaut la 1000me. partie du septième chiffre 5, car il occupe le troisième rang à droite du septième chiffre 5.

Le même raisonnement s'étendrait à un nombre qui contiendrait des entiers et des chiffres décimaux; et l'on pourrait comparer principalement un chiffre décimal quelconque à celui qui occupe le rang des unités absolues.

Si, dans un nombre entier, on sépare le dernier chiffre à droite par une virgule, que résulte-t-il?

147. Chaque chiffre valant dix fois autant qu'un chiffre semblable à sa droite, si dans un nombre entier on sépare le dernier chiffre à droite par une virgule, de manière à faire des dixièmes, il est clair que chaque chiffre ne vaudra que la dixième partie de ce qu'il valait; car celui qui occupait le rang des unités absolues occupe maintenant celui des dixièmes, en sorte que le nombre entier ne vaut plus que la dixième partie de ce qu'il valait.

Par quel nombre divise-t-on un nombre entier en séparant son dernier chiffre à droite par une virgule?

148. Donc on divise un nombre entier par 10 en séparant son dernier chiffre à droite par une virgule.

Exemple.

Diviser 75446 par 10.
Quotient. 7544,6.

Si dans ce quotient 7544,6 je recule la virgule d'un chiffre, ce qui me donne 754,46, chaque chiffre ne vaudra plus que la dixième partie de ce qu'il valait, car celui qui occupait le rang des unités absolues occupe maintenant celui des dixièmes; en sorte que le nombre proposé ne vaut plus que la dixième partie de ce qu'il valait.

Quelle opération fait-on sur un nombre entier accompagné d'une fraction décimale, en reculant la virgule d'un chiffre vers la gauche?

149. Donc on divise un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par 10 en reculant la virgule d'un chiffre vers la gauche.

Mais le nombre 7544,6 est la dixième partie de 75446; et le nombre 754,46 est la dixième partie de 7544,6; donc le nombre 754,46 est la dixième partie de la dixième partie de 75446; mais la dixième partie de la dixième partie n'est autre chose que 1/10 de 1/10, c'est-à-dire 1/100, en multipliant (§. 144) numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur; donc le nombre 754,46 est la centième partie de 75446.

Que fait-on en séparant dans un nombre entier les deux derniers chiffres à droite par une virgule?

150. Donc on divise un nombre entier par 100 en séparant les 2 derniers chiffres à droite par une virgule.

Que fait-on en séparant à droite par une virgule, dans un nombre entier, autant de chiffres qu'il y a de zéros au diviseur, lorsque le diviseur est le chiffre 1, suivi d'un nombre quelconque de zéros?

151. Ce raisonnement s'appliquant à un nombre quelconque de chiffres que l'on séparerait à droite dans un nombre entier par une virgule, l'on peut dire en général que l'on divise un nombre entier par un nombre composé du chif-

fre 1 suivi d'un nombre quelconque de zéros en séparant à droite par une virgule autant de chiffres qu'il y a de zéros au diviseur.

152. Le même principe étant applicable à un nombre d'entiers accompagné de chiffres décimaux, il s'ensuit qu'on divise un pareil nombre par le chiffre 1 suivi d'un nombre quelconque de zéros en reculant la virgule à gauche d'autant de chiffres qu'il y a de zéros dans le diviseur.

Que fait-on lorsque dans un nombre entier, accompagné de chiffres décimaux, on recule la virgule à gauche d'autant de chiffres qu'il y a de zéros dans le diviseur, ce dernier se composant du chiffre 1 suivi d'un nombre quelconque de zéros?

153. La loi de la multiplication par le chiffre 1 suivi d'un nombre quelconque de zéros, est l'inverse de la division, c'est-à-dire que l'on avance la virgule vers la droite.

Comment multiplie-t-on un nombre entier accompagné de chiffres décimaux par le chiffre 1, suivi d'un nombre quelconque de zéros?

154. Lorsque le dividende n'a pas autant de chiffres des entiers qu'il y a de zéros au diviseur, on ajoute à gauche du quotient autant de zéros que l'indique la différence du nombre des chiffres du diviseur et des entiers du dividende.

Que fait-on lorsque le dividende n'a pas autant de chiffres des entiers qu'il y a de zéros au diviseur composé du chiffre 1 suivi d'un nombre quelconque de zéros?

Exercices.

Diviser

1°. 456789 par 1000.
2°. 78643 par 100.
3°. 45644,2 par 10000.
4°. 5894,63 par 1000000.

DE LA DIVISION DES FRACTIONS VULGAIRES PAR LES FRACTIONS VULGAIRES.

155. La division d'une fraction par une fraction peut donner pour quotient un nombre plus grand que le dividende, et même plus grand que l'unité, tandis que la division d'une frac-

tion par un nombre entier ne peut jamais donner pour quotient qu'une fraction.

En effet, diviser un nombre par un autre, c'est (§. 29) chercher combien de fois un nombre appelé *dividende* en contient un autre appelé *diviseur*.

Or, la fraction 5/6, par exemple, contient évidemment 5 fois la fraction 1/6; donc le quotient est 5 entiers.

Comment divise-t-on une fraction par une fraction?

156. Pour diviser une fraction par une fraction, on multiplie les deux termes extérieurs (1) l'un par l'autre, et les deux termes intérieurs aussi l'un par l'autre; la première multiplication donne pour produit le numérateur du quotient, et la seconde multiplication donne pour produit le dénominateur du quotient.

Exemple.

Diviser 5/6 par 1/6.

En multipliant les deux termes extérieurs 5 et 6, j'ai pour produit 30, qui est le numérateur du quotient.

Numérateur du quotient 30/.

En multipliant les deux termes intérieurs 6 et 1, j'ai pour produit 6, qui est le dénominateur du quotient.

(1) Lorsque deux fractions, par exemple 5/6 et 1/6, sont placées l'une à côté de l'autre, les barres qui séparent les termes déterminent s'ils sont extérieurs ou intérieurs. Ainsi le numérateur de 5/6 et le dénominateur de 1/6 sont les termes extérieurs, tandis que le dénominateur de 5/6 et le numérateur de 1/6 sont les termes intérieurs.

Dénominateur du quotient /6.

J'ai donc pour quotient 30/6.

Il est facile de se rendre raison du principe du §. 146, en considérant que diviser 5/6 par 1 c'est diviser 5/6 par un nombre 6 fois aussi grand que le diviseur 1/6, et que par conséquent on doit avoir un quotient 6 fois aussi petit que l'est le véritable quotient; or, ce nombre 6 fois aussi petit que l'est le véritable quotient, c'est le dividende même, puisqu'en divisant un nombre quelconque par l'unité, on doit avoir pour quotient (§. 35) le dividende; il faut donc que ce quotient, qui est 6 fois aussi petit que le véritable quotient, soit rendu 6 fois aussi grand, et c'est ce que je fais en multipliant le numérateur 5 du dividende par le dénominateur 6 du diviseur.

157. La preuve de la division des fractions donne lieu à l'emploi du plus grand commun diviseur; car comme en multipliant le quotient par le diviseur, on doit (§. 44) retrouver le dividende, si les termes du quotient ne sont pas identiques avec ceux du dividende, on doit en conclure que le quotient n'est pas réduit à sa plus simple expression, à moins que l'on n'eût pas eu la précaution de prendre pour dividende une fraction réduite à sa plus simple expression. A quoi donne lieu la preuve de la division des fractions?

158. On ne doit jamais négliger, dans la division des fractions, de prendre pour dividende et pour diviseur des fractions réduites à leur plus simple expression. Quelle attention doit-on avoir dans la division des fractions pour le choix du dividende et du diviseur?

La division ci-dessus de 5/6 par 1/6 nous a

donné pour quotient 30/6, dont la multiplication par le diviseur 1/6 doit reproduire le dividende 5/6.

Opération.

Quotient 30/6 multiplicande.
Diviseur 1/6 multiplicateur.

Dividende 30/36 produit.

Ainsi, la multiplication du quotient par le diviseur devant reproduire le dividende, j'en conclus que 30/36 = 5/6, et que par conséquent l'emploi du plus grand commun diviseur doit ramener 30/36 à sa plus simple expression 5/6.

Vérification par le plus grand commun diviseur.

(Voir le §. 111.)

1er. Dividende.	36	30	1er. Diviseur.
1er. Reste.	6	1	1er. Quotient.
2me. Dividende.	30	6	2me. Diviseur.
	0	5	2me. Quotient.

Mon premier reste 6 divisant exactement le numérateur 30 du quotient 30/6, j'en conclus que 6 est le plus grand commun diviseur des deux termes 30 et 36.

En divisant le numérateur 30 par 6, j'ai pour quotient 5, qui sera le numérateur du produit simplifié, et que j'écris ainsi : 5/.

En divisant le dénominateur 36 par 6, j'ai pour quotient 6, qui sera le dénominateur du produit simplifié, et que j'écris de cette manière : /6.

Mon produit simplifié est donc 5/6, c'est-à-dire le dividende même.

Exercices.

Diviser

1°. 7/9 par 5/8.
2°. 3/4 par 5/6.
3°. 2/6 par 11/12.
4°. 15/16 par 5/7.
5°. 6/11 par 7/10.
6°. 17/18 par 14/15.

Et faire la preuve de ces opérations.

RÉFLEXIONS SUR LES FRACTIONS DÉCIMALES.

(§. 62.)

159. Notre système de numération a donné naissance aux *fractions décimales*, qui offrent tant de facilité pour le calcul qu'elles sont aujourd'hui d'un usage général.

160. Comme un chiffre quelconque vaut dix fois autant que s'il était placé au rang immédiatement à droite (§. 8), il s'ensuit que l'on peut considérer un chiffre placé à la droite de celui qui occupe le rang des unités absolues, comme ne valant que la dixième partie de ce qu'il vaudrait s'il était au rang des unités absolues.

Quelle est la valeur d'un chiffre placé à la droite de celui qui occupe le rang des unités absolues?

161. Afin de déterminer cette valeur, on est convenu de placer une virgule à la droite d'un nombre qui exprime des entiers.

162. En sorte qu'un chiffre placé immédiatement à droite de la virgule, exprime des dixièmes.

Si le chiffre est 1, il exprime un dixième, si

le chiffre est 2, il exprime 2 dixièmes, et ainsi de suite.

Ce qui justifie la définition du §. 62 que nous avons donnée d'une fraction décimale. Car un dixième, exprimé en fraction vulgaire, serait représenté ainsi :

1/10

Or, si je fais précéder le chiffre 1 d'une virgule, de cette manière :

, 1

j'ai évidemment, d'après la définition du §. 62, un dixième exprimé en fraction décimale, dont 1 est le numérateur, et dont le dénominateur est 1 suivi d'un zéro, c'est-à-dire suivi d'autant de zéros qu'il y a de chiffres au numérateur, lequel n'a ici qu'un chiffre.

Lorsque l'on a des fractions décimales qui ne sont pas accompagnées d'entiers, que met-on à la place des entiers?

163. Lorsque l'on n'a pas d'entiers à exprimer, on marque la place des entiers par un zéro, en sorte que la virgule se trouve immédiatement à droite du zéro.

On représente donc 8 entiers, 5 dixièmes de cette manière :

8, 5.

Un chiffre placé immédiatement à droite des dixièmes, qu'exprime-t-il?

164. Ainsi qu'un chiffre placé immédiatement à droite de la virgule exprime des dixièmes (§. 162), de même un chiffre placé immédiatement à droite des dixièmes exprime des centièmes, puisqu'il exprime des dixièmes de dixièmes, en fesant subir à l'échelle descendante la même loi qu'à l'échelle ascendante.

165. L'on peut embrasser tous les cas à-la-

fois, en disant qu'un rang quelconque exprime des dixièmes du rang qui est à gauche.

166. On remarquera que le rang qui exprime les dixièmes est le premier à droite des unités absolues ; — Que celui qui exprime les centièmes est le second à droite de ces mêmes unités.

De même, le rang qui exprime les dixaines est le premier à gauche des unités absolues ; — Celui qui exprime les centaines est le second à gauche de ces mêmes unités.

Dans un nombre entier, accompagné d'une fraction décimale, comment exprime-t-on respectivement le rang pris à gauche des unités absolues, et celui pris à droite de ces mêmes unités absolues à égale distance.

167. Enfin, quel que soit le rang que l'on choisisse à gauche ou à droite, il sera exprimé par le même nombre (si ce sont les mêmes chiffres) en le prenant de part et d'autre à égale distance des unités absolues, avec cette différence que celui à gauche sera exprimé par le nombre cardinal, et celui à droite par l'adjectif qui répond au nombre cardinal, en ajoutant à ce dernier la terminaison *ième*, et supprimant l'*e* final lorsqu'il s'y trouve.

Exemple.

34,658,5643

Le 3 à gauche représente 3 fois dix mille.
Le 3 à droite———— 3 dix mill*ièmes*.
Le 4 à gauche ———— 4 mille.
Le 4 à droite———— 4 mill*ièmes*.
Le 6 à gauche ———— 6 cents.
Le 6 à droite———— 6 cent*ièmes*.
Le 5 à gauche ———— 5 fois dix.
Le 5 à droite———— 5 dix*ièmes*.
Ce nombre vaut donc 30 mille + 4 mille + 6

cents + 50 + 8, + 5 dixièmes + 6 centièmes + 4 millièmes + 3 dix-millièmes.

Ce n'est point ainsi que l'on énonce un nombre dans le langage ordinaire, mais cet énoncé en est l'équivalent.

Pour ce qui est de la fraction décimale 0,5643, qui fait partie du nombre ci-dessus, quoique

Le 5 signifie 5 dixièmes.
Le 6 —— 6 centièmes.
Le 4 —— 4 millièmes.
Le 3 —— 3 dix-millièmes.

on l'articule dans le langage ordinaire de la manière suivante:

Cinq mille six cent quarante-trois *dix-millièmes*.

En voici la raison :

Combien un dixième vaut-il de centièmes?

Un dixième vaut 10 *centièmes*, car un centième est la dixième partie d'un dixième (§. 165); donc 5 dixièmes valent 5 fois 10 centièmes, c'est-à-dire (§. 9) 50 centièmes, à quoi ajoutant 6 centièmes, l'on a 56 centièmes.

Combien un centième vaut-il de millièmes?

Un centième vaut dix *millièmes*, car un millième est la dixième partie d'un centième (§. 165); donc 56 *centièmes* valent 56 fois 10 *millièmes*, c'est-à-dire (§. 9) 560 *millièmes*, à quoi ajoutant 4 *millièmes*, l'on a 564 *millièmes*.

Un millième vaut dix *dix-millièmes*, car un dix-millième est la dixième partie d'un millième (§. 165); donc 564 millièmes valent 564 fois 10 *dix-millièmes*, c'est-à-dire (§. 9) 5640

dix-millièmes; à quoi ajoutant 3 *dix-millièmes*, l'on a 5643 *dix-millièmes*.

168. On peut donc énoncer une fraction décimale en articulant le numérateur comme un nombre cardinal tel qu'il est, et en prononçant pour dénominateur un nombre qui ait autant de zéros à la droite du chiffre 1 qu'il y a de chiffres au numérateur, en ayant soin d'articuler la terminaison *ième*. **Comment énonce-t-on une fraction décimale?**

Appliquons la définition d'une fraction décimale (§. 62) à la fraction décimale ci-dessus décomposée successivement en 1, 2, 3 et 4 chiffres; l'on sentira la justesse de cette définition.

En ne prenant que le premier chiffre de la fraction, l'on a

1°. 0, 5.

que l'on prononce

cinq *dixièmes*.

Si l'on prend les 2 premiers chiffres, l'on trouve

2°. 0, 56.

que l'on prononce

cinquante-six *centièmes*.

En prenant les trois premiers chiffres, l'on a

3°. 0, 564.

que l'on prononce

Cinq cent soixante-quatre *millièmes*.

Enfin, si l'on prend tous les 4 chiffres, l'on trouve

4°. 0, 5643.

que l'on prononce

Cinq mille-six cent quarante-trois *dix millièmes*.

Proposons-nous d'écrire en chiffres cinquante-six *cent-millièmes*.

Quel est le nombre cardinal qui répond à l'adjectif *cent-millièmes*?

Le nombre cardinal qui répond à *cent-millièmes* est 100,000; le numérateur a donc 5 chiffres (§. 62 et 168); il a donc des dixaines de mille (§. 16), c'est-à-dire 2 tranches; comme je n'ai articulé que 56, la première tranche à droite n'a que deux chiffres significatifs qui sont ses deux premiers élémens (§. 17), et la place de son troisième élément est occupée par un zéro; l'autre tranche n'a que deux élémens sans expression, et représentés par des zéros.

Ainsi, le nombre cinquante-six *cent-millièmes* doit s'écrire:

0,00056.

Le nombre quarante-quatre *millièmes* s'écrirait ainsi:

0,044.

Exercices.

Écrire en fractions décimales

1°. Cinquante-deux *millièmes.*
2°. Quarante-quatre *dix-millièmes.*
3°. Cent huit *millionièmes.*
4°. Vingt-huit *cent-millièmes.*
5°. Vingt *millièmes.*
6°. Quatre *centièmes.*
7°. Un *dixième.*
8°. Quinze *millionièmes.*
9°. Cent neuf *billionièmes.*
10°. Cent vingt-huit *dix-millièmes.*

DE L'ADDITION DES FRACTIONS DÉCIMALES.

169. L'addition des fractions décimales n'offre pas plus de difficulté que celle des nombres entiers; il faut, comme pour ceux-ci, mettre les unités de même ordre sur la même ligne verticale, et retenir les dixaines de la somme de chaque colonne verticale, en commençant aussi par la droite, pour les transporter sur la colonne suivante à gauche.

Exemple.

Additionner

1°.	0, 50.
2°.	0, 42.
3°.	0, 524.
4°.	0, 7528.
5°.	0, 49543.
6°.	0, 786594.
7°.	0, 8.
8°.	0, 09.
9°.	0, 008.
10°.	0, 0578.
Somme.	4, 434624.

La somme est: quatre entiers quatre cent trente-quatre mille six cent vingt-quatre *millioniémes*.

La première fraction additive est: 50 centièmes.

La seconde: 42 centièmes.

La troisième: 524 millièmes.

La quatrième :

7528 dix-millièmes.

La cinquième :

49543 cent-millièmes.

La sixième :

786594 millionièmes.

La septième :

8 dixièmes.

La huitième :

9 centièmes.

La neuvième :

8 millièmes.

La dixième :

578 dix-millièmes.

Dans cette désignation j'ai exprimé le numérateur en chiffres, et le dénominateur en toutes lettres.

Celle de ces fractions qui a le moins de chiffres est la septième, savoir :

8 dixièmes.

Celle qui en a le plus est la sixième, savoir :

786594 millionièmes.

Peut-il y avoir, à la somme de deux ou plusieurs fractions décimales, plus de chiffres décimaux qu'il n'y en a dans celle des fractions additives qui en a le plus?

170. Il ne peut jamais y avoir à la somme plus de chiffres décimaux qu'il n'y en a dans celle des fractions additives qui en a le plus ; car comme l'addition se fait de droite à gauche, lorsque l'on est arrivé à la colonne des dixièmes qui ne peut avoir à sa gauche que des entiers, autant de fois cette colonne avec les retenues précédentes contiendra dix dixièmes, autant d'unités devront être retenues pour être placées à gauche de la virgule où elles occupent le rang des unités absolues.

Dans l'exemple ci-dessus, ayant trouvé une collection de 4 fois dix dixièmes ou 40 dixièmes, j'ai posé 4 entiers au rang des unités absolues.

On ne peut à cet égard éprouver plus de difficulté que pour l'addition de nombres entiers, puisque la virgule est là pour avertir que les dernières retenues faites à droite de la virgule appartiennent au rang qui est à gauche.

171. Comme il serait mal commode d'additionner, dans la série des fractions ci-dessus, celle du n°. 6, savoir: 0,786594, avec celle du n°. 10, savoir : 0,0578, par la raison qu'on ne pourrait voir promptement si les unités de même ordre se correspondent, vu la distance où elles se trouvent entr'elles, pour obvier à cet inconvénient, on est convenu d'ajouter à la droite d'une fraction décimale autant de zéros qu'il en faut pour égaler le nombre de chiffres que contient la fraction qui en a le plus;

Lorsque, dans une addition, l'on a deux ou plusieurs fractions décimales qui n'ont pas le même nombre de chiffres décimaux, que fait-on?

172. Ce qui ne change pas la valeur de la fraction (§. 85), puisque par cette adjonction de zéros on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

Quel changement fait-on subir à une fraction décimale, en ajoutant à sa droite un nombre quelconque de zéros?

En effet, ma fraction décimale 0,8, par exemple, mise sous la forme d'une fraction vulgaire, s'écrirait ainsi:

$$8/10$$

en vertu de la définition donnée au §. 62.

En ajoutant un zéro à la fraction décimale 0,8, j'aurai pour nouvelle fraction décimale 0,80,

qui, mise sous la forme d'une fraction vulgaire, s'écrirait

80/100

en vertu de la même définition.

J'aurai donc ainsi ajouté un zéro en même temps au numérateur et au dénominateur.

Or, en ajoutant un zéro à la droite du numérateur et du dénominateur, je rends ces deux termes dix fois aussi grands qu'ils l'étaient (§. 9); donc le numérateur et le dénominateur ont été multipliés par le même nombre 10; donc (§. 85) la fraction n'a pas changé de valeur.

173. On sent que quel que soit le nombre de zéros que l'on ajoute à une fraction décimale, le raisonnement sera toujours le même: c'est-à-dire que ce sera multiplier le numérateur et le dénominateur en même temps par 10, par 100, par 1000, etc., selon que l'on ajoutera un, deux, trois zéros, etc., à la droite de la fraction décimale.

Quel effet produit-on en ajoutant des zéros à gauche d'une fraction décimale et à droite de la virgule?

174. Il en serait bien autrement si l'on ajoutait des zéros à gauche; la fraction deviendrait alors dix fois, cent fois, mille fois, etc., aussi petite qu'elle l'était, selon que l'on aurait ajouté un, deux, trois zéros, etc.

En effet, en ajoutant à la gauche d'un nombre quelconque, 48, par exemple, un ou plusieurs zéros, le nombre se prononcera toujours 48; mais le dénominateur d'une fraction décimale recevant toujours ses zéros à la droite, soit que le numérateur les ait à droite, ou qu'il les ait à gauche, ce dénominateur deviendra décu-

ple, centuple, etc., selon que l'on aura ajouté un, ou deux zéros, etc., à la droite ou à la gauche du numérateur; et nous venons de voir que le numérateur ne change pas lorsqu'on ajoute des zéros à sa gauche.

175. Comme parmi les fractions décimales ci-dessus mentionnées, celle qui a le plus de chiffres en a six, on ajoutera à chacune des autres ce qui manquera pour compléter ce nombre, en sorte que

La 1re. au lieu de 0, 50 deviendra	0,500000.
La 2me. au lieu de 0, 42	0,420000.
La 3me. au lieu de 0, 524	0,524000.
La 4me. au lieu de 0, 7528	0,752800.
La 5me. au lieu de 0, 49543	0,495430.
La 6me. restera telle qu'elle est	0,786594.
La 7me. au lieu de 0, 8 deviendra	0,800000.
La 8me. au lieu de 0, 09	0,090000.
La 9me. au lieu de 0, 008	0,008000.
La 10me. au lieu de 0, 0578	0,057800.
Somme.	4,334624.

L'on voit que la somme n'a pas changé.

Exercices.

Additionner

1o. Sept mille quatre *cent-millièmes.*
2o. Cent quatre *dix-millièmes.*
3o. Vingt-huit *millièmes.*
4o. Soixante-quatre *millionièmes.*
5o. Mille vingt-huit *cent-millièmes.*
6o. Trois cent quatre *dix-millièmes.*

8..

7°. Cinquante-neuf *billionièmes*.
8°. Quatre *millionièmes*.
9°. Mille huit *trillionièmes*.
10°. Dix mille six cents *millionièmes*.

DE LA SOUSTRACTION DES FRACTIONS DÉCIMALES.

Que fait-on pour soustraire une fraction décimale d'une fraction décimale ?

176. Pour soustraire une fraction décimale d'une fraction décimale, l'on n'a qu'à réduire les deux fractions au même dénominateur, comme pour les fractions vulgaires.

Comment fait-on pour convertir des fractions décimales au même dénominateur ?

177. Mais dans le cas des fractions décimales, cette conversion est extrêmement simple, car il suffit d'ajouter à la droite de la fraction qui a le moins de chiffres, autant de zéros qu'il en faut pour que le nombre de ses chiffres soit égal à celui de l'autre fraction, ce qui ne change pas la valeur de la fraction (§. 85).

Exemple.

Soustraire 3 dixièmes de 99 centièmes.

Opération.

	0,99
	0,30
Différence.	0,69
Preuve.	0,99

Autre exemple.

Soustraire 3 *millièmes* de 50 centièmes.

	0,500
	0,003
Différence.	0,497
Preuve.	0,500

Exercices.

Soustraire

1°. 4 millièmes de 8 dixièmes.

2°. 13 dix-millièmes de 15 millièmes.

DE LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS DÉCIMALES PAR LES FRACTIONS DÉCIMALES.

178. On multiplie une fraction décimale par une fraction décimale en multipliant les deux fractions comme si c'étaient des nombres entiers.

Comment multiplie-t-on une fraction décimale par une fraction décimale?

179. On a soin ensuite de porter le nombre des chiffres du produit obtenu à un nombre qui égale la somme des chiffres du multiplicande et du multiplicateur, s'il ne lui est déjà égal; après quoi on rétablit la virgule et le zéro qui tient la place des entiers.

A quoi doit être égal le nombre de chiffres du produit obtenu par la multiplication de deux fractions décimales l'une par l'autre?

Exemple.

Multiplier o, 34 par o, 32

Multiplicande.	o, 34
Multiplicateur.	o, 32
	68
	102
Produit.	o,1088

Mon produit o,1088 a quatre chiffres, ce qui est en effet la somme du nombre de chiffres du multiplicande et du multiplicateur.

180. Les principes des §. 178 et 179 sont faciles à expliquer; car en opérant comme ils l'indiquent, on multiplie numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur, selon la règle donnée au §. 141.

En effet, le multiplicande ci-dessus étant 0,34, a pour dénominateur 100 (§. 62); le multiplicateur étant 0, 32, a pour dénominateur 100 (§. 62). En multipliant 100 par 100, j'ai pour produit 10,000 (§. 15).

Or 10,000 est le dénominateur du produit ci-dessus 0, 1088 (§. 62).

Donc il est bien vrai qu'en multipliant 0, 34, par 0, 32, on multiplie numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur.

En multipliant un nombre composé de zéros, à la tête desquels est le chiffre 1, par un autre nombre aussi composé de zéros, à la tête desquels est pareillement le chiffre 1, quel nombre de chiffres a-t-on au produit?

181. On peut remarquer qu'en multipliant un nombre composé de zéros à la tête desquels est le chiffre 1 par un autre nombre aussi composé de zéros à la tête desquels est pareillement le chiffre 1, on a pour produit un nombre de chiffres égal à la somme de ceux du multiplicande et du multiplicateur moins un.

Ceci résulte d'ailleurs de ce qui a été dit aux §. 15 et 28.

Si le produit de deux fractions décimales, multipliées l'une par l'autre, n'avait pas assez de chiffres pour être égal à la somme des chiffres du multiplicande et du multiplicateur, que ferait-on?

182. Si le produit n'avait pas assez de chiffres pour être égal à la somme des chiffres du multiplicande et du multiplicateur, on ajouterait à sa gauche des zéros suffisans pour compléter le nombre.

Exemple.

Multiplier 0, 34 par 0, 26.

Multiplicande.	0, 34
Multiplicateur.	0, 26
	204
	68
	0, 0884

Le produit n'étant que 884, il a fallu ajouter un zéro à gauche.

183. Lorsque la fraction décimale commence à gauche par un ou plusieurs zéros, il est clair que ces zéros ne font pas partie du produit; mais on les ajoute à gauche du produit, en se conformant d'ailleurs au §. 179.

Exemple.

Multiplier 0, 0045 par 0, 08.

Multiplicande.	0, 0045
Multiplicateur.	0, 08
Produit.	0, 000360

Le dénominateur du multiplicande est 10000 (§. 62); le dénominateur du multiplicateur est 100 (§. 62). 10000 multipliés par 100 produisent 1000000 (§. 15). Or 1000000 est précisément le dénominateur du produit 0,000360 (§. 62), ce qui justifie toujours les §. 178 et 179.

184. En avançant d'un nombre quelconque de chiffres la virgule d'une fraction décimale vers la droite, on multiplie cette fraction par un nombre dont le premier chiffre est un, suivi d'un nombre de zéros égal au nombre de chiffres dont on a avancé la virgule.

En avançant d'un nombre quelconque de chiffres la virgule d'une fraction décimale vers la droite, quel résultat obtient-on ?

Exemple.

Soit proposé de multiplier par 10 la fraction décimale 2,4.

Comme mon multiplicateur n'a qu'un zéro, je n'avance la virgule que d'un chiffre, ce qui me donne pour produit 2 entiers 4 dixièmes, que j'écris ainsi : 2,4.

En effet, avant la multiplication par 10, c'est-à-dire avant d'avancer la virgule d'un chiffre, le chiffre 2 représentait 2 dixièmes (§. 62), le chiffre 4 quatre centièmes (§. 62).

Maintenant le chiffre 2 occupe la place des entiers, puisqu'il est à gauche de la virgule, il vaut donc 20 dixièmes (§. 160), ou 10 fois 2 dixièmes.

Le chiffre 4 occupe la place des dixièmes, puisqu'il est au premier rang à droite de la virgule (§. 162); il représentait auparavant des centièmes; or il faut dix centièmes pour faire un dixième; il vaut donc maintenant 4 fois 10 centièmes, ou 10 fois 4 centièmes, c'est-à-dire 40 centièmes. Donc la valeur 0,24 est devenue dix fois aussi grande qu'elle l'était; donc elle a été multipliée par 10. Donc en avançant d'un chiffre la virgule d'une fraction décimale à droite, l'on multiplie cette fraction par 10.

Le même raisonnement s'étendrait au cas quelconque où l'on avancerait la virgule d'un certain nombre de chiffres à droite.

Ainsi, qu'il s'agisse de multiplier la fraction 0,00458 par 10000, mon multiplicateur ayant 4 zéros, j'avance la virgule de quatre chiffres, ce qui me donne pour produit 0045, 8, qu'on articule 45 entiers, 8 dixièmes.

Et comme les zéros, dans les nombres entiers, n'ont de valeur qu'autant qu'ils sont à droite de chiffres significatifs, mon produit se réduit à 45 entiers, 8 dixièmes, que j'écris ainsi : 45, 8.

Exercices.

Multiplier

1°. 0, 45 par 0, 68.

2°. 0, 08 par 0, 09.

3°. 0, 007 par 0, 458.

4°. 0, 509 par 0, 008.

Et donner les produits en toutes lettres et en chiffres.

5°. 0, 00459 par 100.

6°. 0, 40508 par 1000.

7°. 0, 00045 par 10.

8°. 0, 459 par 10000.

DE LA DIVISION DES FRACTIONS DÉCIMALES PAR LES FRACTIONS DÉCIMALES.

Comment divise-t-on une fraction décimale par une fraction décimale?

185. Pour diviser une fraction décimale par une fraction décimale, on commence par ajouter à la droite de celle des deux fractions qui a le moins de chiffres, autant de zéros qu'il en faut pour que le nombre de ses chiffres égale celui de l'autre fraction. Par cette adjonction de zéros, je multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre (§. 164), ce qui (§. 85) ne change pas la valeur de la fraction.

Quand on a ajouté à la droite d'une fraction décimale prise pour dividende ou pour diviseur autant de zéros qu'il en faut pour que le dividende et le diviseur aient le même nombre de chiffres, que fait-on ?

186. Après cette préparation, on opère la division comme s'il était question de nombres entiers, sans faire attention à la virgule; on obtient ainsi le quotient demandé.

Exemple.

Diviser 0, 04 par 0, 0025.

J'ajoute deux zéros à la droite du dividende, en laissant le diviseur tel qu'il est, mais en supprimant de part et d'autre la virgule, et le zéro

qui occupe la place des unités absolues, en sorte que j'ai

pour dividende 0400 et pour diviseur 0025,

que je considère maintenant comme des nombres entiers ; mais comme les zéros à la gauche des chiffres significatifs n'ont pas de valeur, j'ai enfin

pour dividende 400 et pour diviseur 25.

Opération.

Dividende.	400	Diviseur.	25
	150	Quotient.	16
	00		

Il est aisé de se rendre compte de ce principe en considérant que le dividende 0, 04, à la droite duquel on a mis deux zéros, comme il vient d'être prescrit, peut être mis sous la forme d'une fraction vulgaire 0400/10000 (§. 62); mais dans cet état mon dividende et mon diviseur ont le même dénominateur 10000. En les multipliant par le même nombre, je ne change pas la valeur du quotient (§. 52); or je les multiplie tous deux par 10000 en supprimant dans l'un et l'autre le dénominateur 10000 (§. 116). La question est donc ramenée à diviser 0400 par 0025, c'est-à-dire à faire ce qui est enseigné au §. 186; et comme le zéro à gauche de 400 et les zéros à gauche de 25 sont inutiles, la question se réduit enfin à diviser 400 par 25, comme nous avons fait plus haut.

187. On divise une fraction décimale par 10,

par 100, par 1000, etc., en reculant la virgule vers la gauche d'un, 2, 3, etc., chiffres.

Exemple.

Diviser quatre mille cinq cent soixante-sept *dix-millièmes* par 10.

Dividende. 0,4567 Diviseur. 10.

Quotient. 0,04567.

En reculant la virgule d'un chiffre, le zéro qui occupait la place des unités absolues, occupe maintenant celle des dixièmes, et le rang des unités absolues est occupé par un nouveau zéro.

J'ai pour quotient quatre mille cinq cent soixante sept *cent-millièmes*.

On peut facilement se rendre raison du principe du §. 178, en observant que le 4 qui était des *dixièmes* avant la division est maintenant des *centièmes*; le 5 qui était des *centièmes* est maintenant des *millièmes*; le 6 qui était des *millièmes* est maintenant des *dix-millièmes*; le 7 qui était des *dix-millièmes* est maintenant des *cent-millièmes*; c'est-à-dire que chaque chiffre est devenu un *dixième* de la valeur qu'il avait; donc la fraction a été divisée par 10.

Le même raisonnement s'étendrait au cas où le diviseur serait le chiffre 1 suivi à droite d'un nombre quelconque de zéros.

En sorte que

En reculant d'un nombre quelconque de chiffres la virgule d'une fraction décimale, vers la gauche, que résulte-t-il?

188. En reculant d'un nombre quelconque de chiffres la virgule d'une fraction décimale vers la gauche, on divise cette fraction par un nombre dont le premier chiffre est 1 suivi d'un

nombre de zéros égal au nombre de chiffres dont on a reculé la virgule.

Ce principe est l'inverse du principe du §. 184.

Mais pour reculer la virgule d'un nombre quelconque de chiffres, il est nécessaire d'ajouter à la gauche de la fraction dividende un nombre de zéros égal au nombre de chiffres dont on veut reculer la virgule.

Exemple.

Diviser o, 48 par 10000.

J'ajoute 4 zéros à la gauche de o, 48, ce qui me donne o, 000048, et je retombe ainsi dans le principe du §. 129, où j'ai dit qu'en multipliant le dénominateur d'une fraction par un nombre quelconque, et laissant le numérateur tel qu'il est, on divise cette fraction par ce nombre.

Car en ajoutant 4 zéros à la gauche de 48, je n'ai pas changé le numérateur de la fraction décimale o, 48, mais j'ai ajouté (§. 62) quatre zéros à la droite de son dénominateur, en sorte que j'ai multiplié (§. 15) ce dénominateur par 10000.

DE L'ADDITION DES NOMBRES COMPLEXES.

189. Les nombres entiers peuvent être accompagnés de fractions vulgaires ou de fractions décimales; dans l'un et l'autre cas, on appelle ces valeurs *nombres complexes* (§. 66).

Après avoir additionné les fractions, si elles renferment des entiers, on les porte comme retenues aux nombres entiers.

Exemple avec des fractions vulgaires.

Additionner	34 1/4 = 15/60	
	72 3/5 = 36/	
	48 5/6 = 50/	
Somme des fractions.		101/60
Somme des entiers et des fractions.	155.41/60	

Ayant trouvé que le plus petit multiple des fractions 1/4, 3/5 et 5/6 est 60, et l'addition me donnant 101/60, c'est-à-dire 41/60 de plus qu'un entier, je pose 41/60 vis-à-vis les fractions primitives au-dessous de la somme des fractions substituées, et je retiens un entier pour l'additionner avec les entiers qui accompagnent les fractions.

Exemple avec des fractions décimales.

Additionner	5, 60
	28, 40
	39, 55
Somme.	73, 55

DE LA SOUSTRACTION DES NOMBRES ENTIERS DES NOMBRES COMPLEXES.

190. On peut avoir à soustraire un nombre entier d'un nombre complexe, ou avoir à soustraire un nombre complexe d'un nombre entier.

C'est le premier cas dont il s'agit ici.

Exemple avec une fraction vulgaire.

Soustraire 35 de 108 3/4

	108. 3/4
	35. 0
Différence.	73. 3/4
Preuve.	108. 3/4

Lorsque dans une soustraction le nombre supérieur ou le nombre inférieur n'a pas de fraction vulgaire, tandis que l'autre en a une, que fait-on?

Lorsque dans une soustraction le nombre supérieur ou le nombre inférieur n'a pas de fraction vulgaire, tandis que l'autre en a une, on substitue dans celui qui n'en a pas un zéro à la fraction, comme on le voit ici.

Dans cet exemple on dit : de 3/4 retranché zéro, il reste 3/4 ; et ainsi de suite, comme l'on a vu pour la soustraction des nombres entiers.

Exemple avec une fraction décimale.

Soustraire 78 de 129, 45.

	129, 45
	78, 00
Différence.	51 , 4
Preuve.	129, 45

Si le nombre supérieur ou le nombre inférieur, dans une soustraction, n'a pas de fraction décimale lorsque l'autre en a une, que doit on faire?

Quand le nombre supérieur ou le nombre inférieur, dans une soustraction, n'a pas de fraction décimale, et que l'autre en a une, on substitue, dans celui qui n'en a pas, deux zéros à la fraction, ainsi qu'on vient de le voir; après quoi l'on opère comme dans les nombres entiers, en ayant seulement soin de laisser la virgule où elle est.

DE LA SOUSTRACTION DES NOMBRES COMPLEXES DES NOMBRES ENTIERS.

191. Il s'agit ici de soustraire d'un nombre entier un nombre complexe.

Exemple avec une fraction vulgaire.

Soustraire 35. 3/4 de 108.

	108. 0
	35. 3/4
Différence.	72. 1/4
Preuve.	108. 0

Le nombre supérieur n'étant pas accompagné d'une fraction, je substitue à celle-ci un zéro, et je dis : de zéro retranché 3/4, ne se peut; j'emprunte sur le 8 un entier qui vaut 4/4; de 4/4 retranché 3/4, il reste 1/4, que je pose au-dessous. Je continue ainsi : de 7 retranché 5, il reste 2, je pose 2 au-dessous ; de 10 retranché 3 il reste 7, je pose 7. J'ai pour différence 72. 1/4, et la preuve m'apprend que l'opération est juste.

Exemple avec une fraction décimale.

Soustraire 29, 45 de 224.

	224, 000
	29, 455
Différence.	194, 545
Preuve.	224, 000

Le nombre supérieur n'étant pas accompagné d'une fraction décimale, j'y supplée par autant de zéros qu'il y a de chiffres décimaux au nom-

bre inférieur, et je fais ensuite la soustraction comme s'il n'était question que de nombres entiers, d'après le procédé du §. 24, en ayant soin de laisser la virgule où elle se trouve.

DE LA MULTIPLICATION DES NOMBRES COMPLEXES PAR LES NOMBRES ENTIERS.

De combien de manières peut-on multiplier un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier?

192. On multiplie un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier, de cinq manières, savoir :

193. 1°. En multipliant d'abord la fraction par le nombre entier selon le principe du §. 112 ou celui du §. 117. On obtient alors un produit qui sera ou une fraction seulement, ou une expression fractionnaire; dans ce dernier cas, on lui destinera une ligne à part, et l'on mettra au-dessous les entiers que contiendra l'expression fractionnaire, ainsi que la fraction qui pourra en résulter; mais cette opération n'est guère en usage.

Exemple.

Multiplier 84 3/4 par 72.

Multiplicande.	84 3/4
Multiplicateur.	72
Produit de 3/4 par 72....216/4.	
Substitution à l'expression fractionnaire 216/4..............	54
Produit de 84 par 2...........	168
Produit de 84 par 70.........	588
Produit total.	6102

Après avoir multiplié 3/4 par 72, ce qui produit l'expression fractionnaire 216/4, je place cette expression fractionnaire dans une ligne à part, comme on le voit ci-dessus. Je cherche ensuite combien cette expression fractionnaire contient d'entiers; je vois qu'elle en renferme 54; je les place au-dessous, et après avoir multiplié successivement par 2 et par 70, je trouve pour produit total 6102.

194. 2°. On fait aussi la multiplication d'un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par une fraction vulgaire, en transformant les nombres entiers du multiplicande et du multiplicateur en expressions fractionnaires de même dénominateur que la fraction qui accompagne le nombre entier du multiplicande, d'après la règle du §. 83.

Cette préparation faite, on multiplie numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur, d'après le principe donné au §. 141 pour les fractions proprement dites; après quoi on en extrait les entiers selon le principe du §. 82.

Exemple.

Multiplier comme ci-dessus 84.3/4 par 72.

Multiplicande.	84.3/4	Multiplicateur.	72.
	4		4
	339/4		288/4

Ayant multiplié 84 par 4, et ajouté 3 au produit, d'où résulte 339, je prends pour dénomi-

nateur 4, et j'obtiens pour expression fractionnaire 339/4, d'après le § 83. Je multiplie aussi 72 par 4, ce qui me donne pour produit 288, auquel je donne également 4 pour dénominateur ; en sorte que j'ai pour expression fractionnaire 288/4.

Je mets actuellement en regard les 2 expressions obtenues pour les multiplier l'une par l'autre.

	339/4
	288/4.
	2712
	2712
	678
Produit.	97632/16

J'extrais de ce produit les entiers d'après le principe du §. 82, et je trouve 6102, comme précédemment.

195. 3°. On peut encore multiplier un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier, en transformant seulement le multiplicande en expression fractionnaire de même dénominateur que la fraction qui fait partie du multiplicande; après quoi on multiplie le numérateur de l'expression fractionnaire par le multiplicateur, et l'on en extrait ensuite les entiers.

Exemple.

Multiplier comme précédemment 84.3/4 par 72.

Multiplicande. 84 3/4 Multiplicateur. 72.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 339/4 \\ 72 \\ \hline 678 \\ 2373 \\ \hline 24408/4 \end{array}$$

Dividende. 24408 | 4 Diviseur.

Quotient. 6102 (1).

Après avoir transformé 84.3/4 en quarts, ce qui m'a donné 24408/4, j'en ai extrait les entiers en divisant (§. 82) 24408 par 4, et j'ai eu pour quotient 6102, qui est le produit de 84. 3/4 par 72, c'est-à-dire le même résultat que j'ai obtenu aux §. 193 et 194.

196. 4°. Une quatrième manière de multiplier un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier, c'est de diviser le multiplicateur par le dénominateur de la fraction, et de multiplier le quotient par le numérateur, car on peut (§. 26) prendre indifféremment le multiplicateur pour multiplicande, et le multiplicande pour multiplicateur, sans changer le produit. Mais il n'est pas commode d'employer cette voie lorsque le dénominateur de la fraction n'est pas multiple du nombre qu'il s'agit de diviser.

(1) Nous mettons ici le quotient au-dessous du dividende et non au-dessous du diviseur, conformément à l'observation qui a été faite au §. 49, pour le cas où le diviseur n'a qu'un chiffre.

Exemple.

Multiplier 84.3/4 par 72.

Multiplicande.	84.3/4
Multiplicateur.	72

Produit d' 1/4 par 72......18
3

Produit de 3/4 par 72.....54
Produit de 84 par 2.......168
Produit de 84 par 70....588

Produit total. 6102

Ayant divisé 72 par 4, c'est-à-dire ayant pris le quart de 72, j'ai trouvé 18 pour quotient, que j'ai multiplié par 3, ce qui m'a donné le produit de 3/4 par 72; et afin d'éviter un double emploi, j'ai séparé par une barre le quotient 18, ainsi que le multiplicateur 3; après quoi j'ai opéré la multiplication des entiers, et j'ai trouvé pour résultat 6102, c'est-à-dire le même nombre que celui qui a été obtenu aux §. 193, 194 et 195.

197. 5°. Enfin, on multiplie un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier en détaillant le numérateur en sous-multiples du dénominateur de la manière suivante:

Exemple.

Multiplier 84.3/4 par 72.

Multiplicande.	84.3/4
Multiplicateur.	72
Produit de 84 par 2	168
Produit de 84 par 70.	588
Produit de 2/4 ou 1/2 par 72	36
Produit de 1/4 par 72	18
Produit total.	6102

Le produit est toujours 6102, comme dans les exemples précédens.

J'ai distribué les 3/4 en 2/4 ou 1/2 et 1/4, pour en obtenir séparément les produits.

En divisant le numérateur 2 et le dénominateur 4 de la fraction 2/4 par le même nombre 2, ce qui (§. 87) ne change pas la valeur de la fraction, j'obtiens sa plus simple expression 1/2, qu'il s'agit de multiplier par 72; et comme (§. 26) je puis prendre 72 pour multiplicande sans changer le produit, je multiplie 72 par 1/2; si je multipliais 72 par 1, j'aurais (§. 25) pour produit 72; en le multipliant par 1/2 j'aurai donc pour produit la moitié de 72, c'est-à-dire 36.

Pour avoir le produit de 72 par 1/4, je remarque que 4/4 est égal à un entier ou à l'unité (§. 77). Or, si je multipliais 72 par un entier, j'aurais (§. 25) pour produit 72; donc en multipliant 72 par 1/4 j'aurai pour produit le quart de 72, c'est-à-dire 18.

Je puis simplifier l'opération en prenant pour 1/4 la moitié de ce qu'a produit 1/2, puisque

1/2 est égal à 2/4. Je prendrai donc la moitié de 36, qui est 18, même résultat que celui obtenu en prenant le quart de 72.

Comment multiplie-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier ?

Cette méthode, le plus généralement en usage, est conforme à celle du §. 124.

198. On multiplie un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier comme s'il n'était question que de nombres entiers, et l'on sépare au produit par une virgule sur la droite autant de chiffres qu'il y a de chiffres décimaux au multiplicande.

Exemple.

Multiplier 28,39 par 45.

Multiplicande.	28, 39
Multiplicateur.	35
	14195
	8517
Produit.	993,65

Ayant opéré la multiplication comme s'il n'était question que de nombres entiers, j'ai trouvé pour produit 99365, et ayant séparé 2 chiffres sur la droite, comme il vient d'être prescrit, j'ai obtenu 993 entiers 65 centièmes.

Il est aisé de se rendre raison de ce principe en considérant que

Le 9 du multiplicande ne vaut que 9 centièmes.

Le 3............ que 3 dixièmes.

Le 8............ que 8 unités absolues.

Le 2............ que 20 unités absolues.

Or en multipliant le multiplicande comme s'il n'était composé que de nombres entiers, j'ai compté

9 comme s'il valait 9 unités, tandis qu'il ne vaut que la centième partie de 9 unités;

3 comme s'il valait 30 unités, tandis qu'il ne vaut que la dixième partie de 3 unités, c'est-à-dire la centième partie de 30 unités (1);

8 comme s'il valait 800 unités, tandis qu'il ne vaut que la 100e. partie de 800 unités;

2 comme s'il valait 2 mille unités, tandis que comme chiffre du second rang à gauche, il a 2 zéros de moins, et que par conséquent il ne vaut que la 100me. partie (§. 15).

Puisque j'ai compté tous les chiffres du multiplicande comme valant cent fois autant qu'ils valent en effet, j'ai eu pour produit un nombre qui vaut cent fois autant que le véritable produit; or je lui restitue sa valeur en séparant les 2 derniers chiffres par une virgule, puisqu'alors d'après le même raisonnement qui vient d'être fait, chaque chiffre du produit n'est plus que la 100me. partie de ce qu'il était.

199. La question ne serait pas changée s'il fallait multiplier un nombre entier par un nombre entier accompagné d'une fraction décimale, puisque (§. 26) on peut prendre indifféremment

(1) La 10me. partie de 3, c'est 3/10; en multipliant le numérateur et le dénominateur par 10, ce qui (§. 85) ne change pas la valeur de la fraction, j'ai (§. 15) 30/100, c'est-à-dire la 100me. partie de 30.

le multiplicateur pour multiplicande et le multiplicande pour multiplicateur sans changer le produit.

Exercices.

Il faut faire les opérations suivantes selon les cinq procédés indiqués ci-dessus.

Multiplier

1°. 538.7/8 par 96.
2°. 127.5/6 par 108.
3°. 429.6/7 par 84.
4°. 754.7/9 par 117.
5°. 622.11/12 par 156.
6°. 785.15/16 par 144.

DE LA MULTIPLICATION D'UNE FRACTION VULGAIRE PAR UN NOMBRE COMPLEXE.

Comment multiplie-t-on une fraction vulgaire par un nombre entier?

200. On multiplie une fraction vulgaire par un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire, de deux manières, savoir:

201. 1°. En réduisant les deux fractions au même dénominateur (§. 94), et en transformant le nombre entier en expression fractionnaire qui ait ce même dénominateur (§. 81).

Exemple.

Multiplier 3/4 par 24.2/3.

Le §. 94 m'apprend que le dénominateur commun de 3/4 et 2/3 est 12, et par le §. 97 je sais que 3/4 = 9/12, et que 2/3 = 8/12.

Par le §. 83 je trouve que 24.8/12 = 296/12.

En sorte que mon multiplicande devient par

cette préparation 9/12, et mon multiplicateur 296/12.

Opération.

Multiplicande.	9/12
Multiplicateur.	296/12
Produit.	2664/144=18.1/2.

Au moyen du §. 82 je trouve que 2664/144 contient 18 entiers et 72/144; et ayant cherché par le plus grand commun diviseur (§. 111) que cette fraction réduite à sa plus simple expression est 1/2, ce qui était visible sans opération, j'ai écrit 1/2 à côté de 18.

202. 2°. On multiplie encore une fraction vulgaire par un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire, en prenant le multiplicande pour multiplicateur et le multiplicateur pour multiplicande, ce qui (§. 26) ne change pas le produit.

Cela posé, l'on divise le multiplicande par le dénominateur de la fraction qui est actuellement multiplicateur, et l'on répète le quotient autant de fois que l'unité est contenue dans le numérateur.

Exemple.

Multiplier 2/3 par 453.3/4.

En renversant les facteurs on aura

pour multiplicande	453.3/4
pour multiplicateur.	2/3
Produit de 453.3/4 par 1/3	151.1/4
Produit de 453.3/4 par 1/3	151.1/4
Produit total.	302.1/2

203. Lorsque le numérateur pourra se détailler en sous-multiples du dénominateur, on fera bien de se conformer à ce qu'enseigne le §. 124.

Exercices.

Multiplier suivant les méthodes des §. 192 et 193

1°. 5/6 par 288.12/17

2°. 7/8 par 136.14/25.

DE LA MULTIPLICATION DES NOMBRES COMPLEXES PAR LES NOMBRES COMPLEXES.

Comment multiplie-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction vulgaire?

204. On multiplie un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction vulgaire, de deux manières;

205. 1°. On multiplie tous les nombres entiers du multiplicande par chaque nombre entier du multiplicateur.

Ensuite on multiplie tout le multiplicande par la fraction du multiplicateur, en se conformant aux règles données aux §. 192, 193 et 194, puisqu'il est indifférent lequel du multiplicande ou du multiplicateur on prenne pour multiplicateur (26).

Enfin, on multiplie la fraction du multiplicande par chacun des nombres entiers du multiplicateur, soit suivant la règle donnée au §. 112, soit suivant celle du §. 124.

Exemple.

Multiplier 453.3/4 par 564.2/3.

Multiplicande.	453.3/4
Multiplicateur.	564.2/3
Produit de 453 par 4.	1812
Produit de 453 par 60.	2718
Produit de 453 par 500.	2265
Produit de 453.3/4 par 1/3.	151.1/4
Produit de 453.3/4 par 1/3.	151.1/4
Produit de 2/4 ou 1/2 par 564.	282
Produit de 1/4 par 564.	141
Produit total.	256217.1/2

206. 2°. On multiplie un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction vulgaire, en transformant le multiplicande et le multiplicateur en expressions fractionnaires, et en leur donnant respectivement le dénominateur de la fraction multiplicande et celui de la fraction multiplicateur, après quoi on suit la règle de multiplication indiquée au §. 141.

Exemple.

Multiplier comme ci-dessus 453.3/4 par 564.2/3.

Multiplicande. 453.3/4 Multiplicateur. 564.2/3.

4	3
1815/4	1694/3.

Multiplicande transformé.	1815/4
Multiplicateur transformé.	1694/3
	7260
	16335
	10890
	1815
Produit.	3074610/12

J'extrais les entiers du produit 3074610/12 selon le principe du §. 82, et je trouve pour résultat 256217.1/2, le même que celui obtenu au §. 196.

Exercices.

Multiplier

1°. 720.7/12 par 576.7/15.
2°. 490.11/17 par 476.9/14.
3°. 513.7/8 par 712.5/9.
4°. 792.11/18 par 1494.5/11.
5°. 1449.11/22 par 1298.15/23.
6°. 1232.7/12 par 1020.9/16.

suivant les principes des §. 196 et 197.

207. Il est bon de remarquer que lorsque le dénominateur est un nombre premier il est plus court d'employer le procédé du §. 197.

Comment multiplie-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction décimale?

208. On multiplie un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction décimale, en fesant abstraction de la virgule, et séparant au produit un nombre de chiffres à droite égal à la somme des chiffres décimaux réunis du multiplicande et du multiplicateur.

Exemple.

Multiplier 534, 045 par 28, 27.

Multiplicande.	534, 045
Multiplicateur.	2, 827
	3738315
	1068090
	4272360
	1068090
Produit.	1509745215

Mon multiplicande ayant 3 chiffres décimaux, et mon multiplicateur 2, j'ai séparé 5 chiffres décimaux au produit.

Pour sentir la raison de cette règle, on n'a qu'à supposer que l'un des deux facteurs seulement, le multiplicande, a des chiffres décimaux; et en vertu du principe du §. 89 on sépare au produit 3 chiffres décimaux, puisque le multiplicande 534,045 en a 3.

Si nous supposons maintenant que le multiplicande n'ait pas de chiffres décimaux, et que nous le prenions pour multiplicateur, en vertu du même §. 89, nous séparerons au produit 2 chiffres décimaux, puisque le multiplicateur 28,27 devenu multiplicande a deux chiffres décimaux.

Donc il est bien vrai que pour multiplier un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction décimale, il n'y a qu'à faire abstraction de la virgule, et séparer au produit un

nombre de chiffres à droite égal à la somme des chiffres décimaux réunis du multiplicande et du multiplicateur.

DE LA DIVISION DES NOMBRES COMPLEXES PAR LES NOMBRES ENTIERS.

Comment divise-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier?

209. On divise un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier, de deux manières.

210. 1°. En divisant le nombre entier, et ensuite la fraction par le nombre entier.

Exemple.

Diviser 56.3/4 par 9.

Dividende. 56.3/4 Diviseur. 9.
Quotient. 6.11/36

Ayant pris le neuvième de 56, j'ai eu 6 pour quotient; il m'est resté 2 entiers qui valent 8/4 (§. 81). J'ai dit ensuite: 8/4 et 3/4 font 11/4; le neuvième de 11/4 est 11/36 (§. 129).

Le numérateur 11 n'étant pas multiple de 9, j'ai dû diviser 11/4 par 9 par voie de multiplication (§. 130), ce qui m'a donné pour quotient 11/36; en sorte que mon quotient total est 6.11/36.

211. 2°. On divise un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier, en transformant le dividende en expression fractionnaire qui ait pour dénominateur le dénominateur de la fraction dividende.

Cette préparation faite, on opère comme lorsqu'on divise une fraction par un nombre

entier, soit par voie de multiplication, d'après le §. 130, soit par voie de division, d'après le §. 131.

Exemple.

Diviser 56.3/4 par 9.

Dividende. 56.3/4 Diviseur. 9
4

Divid. transformé. 227/4
9

Quotient. 227 | 36

Reste. 11

6.11/36 Quot. simp.

Le quotient est donc le même que celui trouvé par l'opération du §. 210.

212. On divise un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier, comme si le dividende était un nombre entier, et l'on sépare au quotient autant de chiffres à droite qu'il y a de chiffres décimaux au dividende, en mettant s'il y a lieu des zéros à gauche du quotient.

Comment divise-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier?

Exemple.

Diviser 121,72 par 34.

Dividende. 121,72 Diviseur. | 34

197 Quotient. 3,58

272

00

Ayant trouvé pour quotient 358, j'ai séparé

2 chiffres à droite par une virgule; parce que le dividende contient 2 chiffres décimaux 72.

La raison de ce principe est évidente; car en fesant dans le dividende abstraction de la virgule, on divise un nombre cent fois aussi grand qu'il l'était lorsque la virgule séparait les 2 derniers chiffres; il doit donc contenir le diviseur cent fois autant que lorsque la virgule séparait les 2 derniers chiffres; donc le quotient est cent fois aussi grand que le véritable quotient. Pour ramener celui-ci à sa juste valeur, il faut donc aussi séparer ses deux derniers chiffres à droite par une virgule.

Autre exemple.

Diviser 1,2172 par 34.

Dividende.	1,2172	Diviseur.	34
	197	Quotient.	0,0358
	272		
	00		

Pour diviser 1 entier 2172 dix-millièmes par 34, j'ai fait abstraction de la virgule, en sorte que mon dividende 1,2172 s'est trouvé dix mille fois aussi grand que le véritable dividende, et par conséquent le quotient dix mille fois aussi grand que le véritable quotient; pour rendre à celui-ci sa véritable valeur il a donc fallu séparer 4 chiffres à droite par une virgule, afin de le rendre dix mille fois aussi petit qu'il l'était; mais comme il n'a que 3 chiffres, il a été nécessaire de mettre un zéro à gauche pour faire des dix-millièmes, comme on le voit ci-dessus.

213. Le principe ne changerait pas, si le dividende était une fraction décimale non accompagnée d'un nombre entier, c'est-à-dire que l'on séparerait au quotient autant de chiffres à droite par une virgule que le dividende contient de chiffres décimaux, en mettant s'il y a lieu des zéros à gauche du quotient.

Exemple.

Diviser 0,12172 par 34.

Dividende. 0,12172	Diviseur.	34
197	Quotient.	0,00358
272		
00		

Mon dividende étant 12172 cent-millièmes (§. 62), en opérant comme si mon dividende était un nombre entier, je lui ai donné une valeur cent mille fois aussi grande que celle qu'il a réellement; il doit donc contenir le diviseur cent mille fois autant que si je lui avais laissé sa véritable valeur; mon quotient doit donc être cent mille fois aussi grand qu'il le serait si le dividende avait été conservé tel qu'il était; pour le ramener à sa véritable valeur, je dois donc le diviser par cent mille; et c'est ce que j'ai fait en ajoutant à la gauche du quotient deux zéros, et fesant précéder le tout d'une virgule pour lui donner le caractère d'une fraction décimale; car le numérateur ayant 5 chiffres, le dénominateur est cent mille (§. 62); donc le quotient est ramené à la cent-millième partie de sa valeur empruntée.

DE LA DIVISION DES NOMBRES ENTIERS PAR LES NOMBRES COMPLEXES.

Comment divise-t on un nombre entier par un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire ?

214. On divise un nombre entier par un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire de deux manières :

215. 1°. En transformant le diviseur en expression fractionnaire de même dénominateur que celui de la fraction qui fait partie du diviseur.

Cette préparation faite, l'on multiplie le dividende par le dénominateur de l'expression fractionnaire (§. 135), et l'on divise le quotient par le numérateur (§. 136) ; le produit sera le quotient demandé.

Exemple.

Diviser 1337 par 27. 2/7.

```
             7
        ─────────────
            191/7 Diviseur transformé.
   1337
      7
  ────────
   9359  | 191
         |──────────
            49 Quotient demandé.
```

Après avoir transformé le diviseur 27.2/7 en expression fractionnaire (§. 81), ce qui m'a donné 191/7, j'ai multiplié le dividende par le dénominateur 7, et divisé le produit par le numérateur 191 ; j'ai eu pour quotient 49.

On sentira la raison de cette opération , en considérant que si le diviseur au lieu d'être 191/7

était seulement 1/7, il serait contenu 7 fois autant dans le dividende que le dividende contient de fois l'unité, puisque 1/7 n'est que la septième partie de l'unité; mais 191/7 est 191 fois aussi grand que 1/7; il ne doit donc être contenu dans le dividende que la cent quatre-vingt-onzième partie du nombre de fois qu'y est contenu 1/7; donc le produit du dividende par le dénominateur est un quotient 191 fois aussi grand que le véritable quotient; donc, on le ramène à sa véritable valeur en le divisant par le numérateur 191.

216. 2°. On divise un nombre entier par un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire en transformant le dividende et le diviseur en expressions fractionnaires de même dénominateur que celui de la fraction qui accompagne le diviseur.

Cette préparation faite, on opère la division comme s'il était question de diviser une fraction par une autre.

Comment divise-t-on un nombre entier par un nombre entier accompagné d'une fraction décimale?

217. On divise un nombre entier par un nombre entier accompagné d'une fraction décimale, en fesant abstraction de la virgule, comme si le diviseur était un nombre entier; on sépare ensuite au quotient autant de chiffres sur la droite qu'il y a de chiffres décimaux au diviseur.

Exemple.

Diviser 1021732 par 28,54.

Dividende.	1021732	Diviseur.	28,54
	16553	Quotient.	3,58
	22832		
	0000		

Mon diviseur étant 28 entiers 54 centièmes, ne vaut que la centième partie de ce qu'il vaudrait s'il n'y avait pas de virgule; donc en fesant abstraction de la virgule il ne doit être contenu dans le dividende qu'un centième du nombre de fois qu'il y serait contenu si l'on tenait compte de la virgule; donc pour ramener le quotient à sa véritable valeur, il faut séparer les 2 derniers chiffres par une virgule.

Exercices.

Diviser

1°. 15587 par 47.2/3.

2°. 3455352 par 4 entiers 59 centièmes.

DE LA DIVISION DES NOMBRES ENTIERS ACCOMPAGNÉS DE FRACTIONS VULGAIRES PAR LES FRACTIONS VULGAIRES.

Comment divise-t-on un nombre entier par un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire?

218. On divise un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par une fraction vulgaire en transformant le nombre entier en expression fractionnaire qui ait le même dénominateur que la fraction qui l'accompagne.

Cette conversion faite, on opère la division comme s'il était question de diviser une fraction par une autre.

depuis la mer méditerranné
atlantique : Les pyrénées s
vers l'occident parallèlle
de Gascogne ou de byscaye.
montagnes s'en étend une
le centre de l'espagne et a
se joindre au mont Siér

ie jusqu'à l'océan
s'étendent encore
ment au golfe
Du milieu de ces
autre qui traverse
le Portugal et va
de Malacen. —

l'Europe sont ...
nœuds se trouvent
le pô au sud est
ble à l'est. Le prem...
celonnette traverse
éditerrannée au
autre rameau
al qui bornent
de la suisse. La
ve traversée du
nnées Appenin
é la plus meridion...
la sortie du Rhone
es montagnes du
les Volges qui bor...
e la France. Une
s'étend vers l'occ...
u nord au sud
de cévennes
separent la fra...
le et qui s'étend...

Comment divise
un nombre entier p.
nombre entier acco
gné d'une fraction
gaire?

DE LA TRANSFORMATION D'UNE FRACTION VULGAIRE EN FRACTION DÉCIMALE.

219. Je suppose qu'il s'agisse de transformer 4/5 en fraction décimale. Rien ne m'empêche de transformer les unités absolues du numérateur 4 en unités plus petites qui ne soient que la dixième partie des unités du numérateur 4, et que j'appellerai unités descendantes du second ordre ou *dixièmes*. Chaque unité du numérateur 4 vaudra donc 10 des nouvelles unités, et par conséquent pour avoir des unités appelées *dixièmes*, je n'aurai qu'à multiplier le numérateur 4 par 10, (§. 81), ce qui me donnera 40/10 pour produit; j'aurai donc $\overline{40/10}/5$ (1), que j'énonce ainsi : 40 dixièmes à diviser par 5. Pour effectuer cette division, je fais usage du principe du §. 131, lors même qu'il ne serait pas question d'un multiple, et je divise le numérateur 40 de 40/10 par 5; j'ai pour quotient 8, auquel je donne pour dénominateur 10, en sorte que le quotient demandé est 8/10. Or, 8/10, traduit en langage décimal, s'écrit ainsi : 0,8 (§. 62).

Deuxième exemple.

Transformer 5/8 en fraction décimale.

Je commence, comme ci-dessus, par transformer le numérateur 5 en dixièmes, ce qui me donne (§. 81) 50/10, en sorte que ma fraction 5/8 devient $\overline{50/10}/8$; je divise 50/10 par 8 d'après le principe du §. 131, et je trouve pour

(1) J'ai passé un trait horizontal au-dessus de 40/10 dans 40/10/5, pour indiquer que l'expression fractionnaire 40/10 est considérée comme le numérateur de l'expression fractionnaire 40/10/5, dont 5 est le dénominateur.

quotient 6, auquel je donne pour dénominateur 10; le quotient demandé est donc 6/10, que j'écris ainsi : 0,6 (§. 62).

6 fois 8 font 48, retranchés de 50 il reste 2; j'ai donc 2/10 pour reste.

Ma fraction 5/8 vaut donc 6/10 plus la huitième partie de 2/10,
ou 6/10 plus 2/10/8, 1re. VALEUR.

Je puis maintenant transformer mes 2/10 qui représentent 2 unités descendantes du deuxième ordre appelées *dixièmes*, en unités qui ne soient que la dixième partie de celles-là; j'en aurai donc 10 fois autant; il faudra donc que je multiplie 2 par 10, ce qui me donne 20 unités descendantes du troisième ordre; et comme elles ne valent que la dixième partie de celles qui ne valent que la dixième partie de l'unité absolue, elles ne vaudront que la centième partie de l'unité absolue (§. 145); donc mon reste 2/10 est converti en 20/100, et il s'agit maintenant de trouver la valeur en fraction décimale de la huitième partie de 20/100 ou de 20/100/8. Je divise 20/100 par 8, d'après le principe du §. 131, et j'ai pour quotient 2, auquel je donne pour dénominateur 100; le quotient demandé est donc 2/100, que j'écris ainsi : 0,02 (§. 62).

2 fois 8 font 16, retranchés de 20 il reste 4; j'ai donc 4/100 pour reste.

Ma fraction 5/8 vaut donc 6/10 plus 2/100, plus la huitième partie de 4/100,
ou 6/10 plus 2/100 plus 4/100/8, 2e. VALEUR.

Je transforme maintenant mes 4/100 qui re-

présentent 4 unités descendantes du troisième ordre appelées *centièmes* en unités qui ne soient que la dixième partie de celles-là; j'en aurai donc 10 fois autant; il faudra donc que je multiplie 4 par 10, ce qui me donne 40 unités descendantes du quatrième ordre; et comme elles ne valent que la dixième partie de celles qui ne valent que la centième partie de l'unité absolue, elles ne vaudront que la millième partie de l'unité absolue (§. 145); donc mon reste 4/100 est converti en 40/1000; et il s'agit maintenant de trouver la valeur en fraction décimale de la huitième partie de 40/1000 ou de 40/1000/8. Je divise 40/1000 par 8 d'après le principe du §. 131, et j'ai pour quotient 5 sans reste, auquel je donne pour dénominateur 1000; le quotient demandé est donc 5/1000, que j'écris ainsi, 0,005 (§. 62).

Ma fraction 5/8 vaut donc

6/10 plus 2/100 plus 5/1000, 3ème. VALEUR.

Or 6/10 plus 2/100 plus 5/1000 = 0,625.

Car en vertu de la définition du §. 62 on pourrait écrire ces 3 fractions isolées de cette manière :

0,6
0,02
0,005

Et comme d'après le §. 162 on peut ajouter à la droite d'une fraction décimale autant de zéros que l'on veut sans changer la valeur de la fraction, je puis à la première fraction ajouter

deux zéros, et un à la seconde, en sorte que j'aurai

0,600
0,020
0,005

qui étant additionnées, donnent pour somme 0,625.

On voit que j'ai commencé par ajouter un zéro à la droite du numérateur de la fraction 5/8 qu'il s'agissait de transformer en fraction décimale, et que j'en ai fait autant à la droite de chaque reste; c'est donc comme si j'avais ajouté tout de suite 3 zéros à la droite du numérateur puisqu'il y a eu 2 restes.

On voit aussi que j'ai eu à ma fraction décimale 3 chiffres décimaux, nombre égal à celui des zéros que j'ai ajoutés.

Comment transforme-t-on une fraction vulgaire en fraction décimale qui ait un nombre quelconque de chiffres décimaux?

220. On peut conclure de-là que pour transformer une fraction vulgaire en une fraction décimale qui ait un nombre quelconque de chiffres décimaux, il faut ajouter à la droite du numérateur de la fraction que l'on veut transformer, autant de zéros que l'on veut avoir de chiffres décimaux, et diviser ce numérateur ainsi augmenté par son dénominateur.

Dans les exemples que nous avons donnés, le quotient s'est trouvé exact, mais le plus souvent dans la transformation d'une fraction vulgaire en fraction décimale, les divisions successives fournissent un reste continuel, en sorte que l'évaluation ne peut jamais être d'une exactitude par-

faite; mais comme on peut la porter aussi loin que l'on veut, elle peut devenir équivalente à la fraction proposée.

Lorsqu'en transformant une fraction vulgaire en fraction décimale on arrive à un reste continuel, quelle est la différence qui existe entre la valeur de la fraction vulgaire et celle de la fraction décimale?

221. La différence entre la véritable valeur et la valeur trouvée sera toujours moindre qu'une unité décimale de l'ordre marqué par le nombre de chiffres décimaux que l'on veut avoir.

Ainsi, quand on voudra 3 chiffres décimaux, la différence sera moindre qu'un millième de l'unité absolue.

Quand on voudra 5 chiffres décimaux, la différence sera moindre qu'un cent-millième de l'unité absolue, et ainsi de suite.

Lorsque dans la conversion d'une fraction vulgaire en fraction décimale, on arrive à un dernier reste plus grand que la moitié du dénominateur de la fraction vulgaire, que fait-on?

222. Il est bon de remarquer que lorsque le dernier reste est plus grand que la moitié du dénominateur de la fraction que l'on veut convertir, il est convenable de prendre pour quotient une unité de plus.

223. Soit proposé de convertir 5/6 en fraction décimale à moins d'un dix-millième près.

Puisque je cherche une fraction décimale qui ait pour dénominateur 10000, je veux donc avoir 4 chiffres décimaux (§. 62), et par conséquent j'ajoute 4 zéros à la droite du numérateur 5 (§. 220).

Il est donc question de remplacer le symbole 50000/10000/6 par une fraction décimale, ou de diviser 50000/10000 par 6, d'après le principe du §. 131.

Dividende. 50000.	Diviseur. 6
20	8333
20	1
20	
2	Quotient. 0,8334

En divisant 50000 par 6, j'ai obtenu pour quotient 8333, et ce nombre représente des *dix-millièmes* de l'unité absolue, puisque le dividende est *des dix-millièmes*. J'ai trouvé pour reste 2 dix-millièmes, en sorte que pour que le quotient fût exact, il faudrait y ajouter 2/6, ou, ce qui est la même chose, 1/3 (§. 87).

Mais comme 1/3 de 2 dix-millièmes de l'unité absolue serait fort peu de chose, c'est-à-dire (§. 144) 2/30000 de l'unité absolue, ou 1/15000 de l'unité absolue (§. 87), on peut négliger cette fraction, afin que la fraction décimale ne se trouve pas combinée avec une fraction vulgaire.

Si cependant on exigeait une plus grande précision, et qu'au lieu de demander une transformation en fraction décimale à moins d'un dix-millième près, on la voulût à moins d'un cent-millième près, comme dans ce cas on demanderait (§. 62) 5 chiffres décimaux, il faudrait (§. 220) ajouter un zéro à la droite du reste 2 dix-millièmes, ce qui ferait encore 3 à mettre à la suite des chiffres du quotient. C'est comme si l'on avait ajouté, dès le commencement de l'opération, 5 zéros à la droite du numérateur 5.

On aurait un reste 2 qui représenterait des cent-millièmes de l'unité absolue, dont il s'agirait de prendre la sixième partie pour la joindre au quotient déjà trouvé, si l'on ne voulait pas se contenter de l'approximation déjà obtenue.

Mais dans ce dernier cas l'on raisonnerait comme dans le cas précédent, pour ne pas combiner une fraction vulgaire avec une fraction décimale, et l'on continuerait d'ajouter un zéro à la droite du reste, jusqu'à ce que l'on fût parvenu à l'approximation désirée.

Lorsque l'on veut avoir, dans la transformation d'une fraction vulgaire en fraction décimale, 9 chiffres décimaux, et qu'il y a un reste, quelle est la différence qui existe entre la fraction vulgaire et la fraction décimale?

Je suppose que l'on voulût porter l'approximation jusqu'au neuvième chiffre décimal, la fraction substituée serait exacte à moins d'un billionième de l'unité absolue près, c'est-à-dire que si l'unité absolue était 1 franc, par exemple, la fraction substituée serait exacte, à moins de la billionième partie d'un franc près.

On sent qu'une pareille approximation serait absolument équivalente à la fraction proposée.

Dans l'exemple ci-dessus, ayant trouvé pour quotient 8333 et 2 pour reste, nous avons ajouté une unité au quotient pour nous conformer au §. 222.

DE LA DIVISION DES NOMBRES ENTIERS ACCOMPAGNÉS DE FRACTIONS DÉCIMALES PAR LES FRACTIONS DÉCIMALES.

Comment divise-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par une fraction décimale?

224. Pour opérer cette division, on se conforme au principe du §. 185, c'est-à-dire que l'on réduit les 2 fractions au même dénominateur, en ajoutant à celle des deux fractions qui a

le moins de chiffres décimaux, assez de zéros à droite pour que le nombre de ces chiffres décimaux égale celui de l'autre fraction.

Cela étant effectué, la fraction à laquelle on a ajouté des zéros à droite, n'a pas changé de valeur, puisque par cette adjonction, on a multiplié le numérateur et le dénominateur par le même nombre (§§. 15 et 62), ce qui ne change pas la valeur de la fraction (§. 85).

On multiplie ensuite le dividende et le diviseur par le même nombre, c'est-à-dire par le dénominateur qui est commun, et cela par la simple suppression de la virgule, en sorte que la division est réduite à celle des nombres entiers.

225. Il est clair que le nombre des entiers du dividende est, par cette suppression de la virgule, aussi multiplié par le dénominateur commun aux deux fractions, puisqu'en rendant les chiffres décimaux des chiffres cardinaux, les unités absolues deviennent des dixaines de mille, et que les autres rangs à gauche deviennent, par cela même, dix mille fois aussi grands qu'ils l'étaient.

Exemple.

Diviser 19,4070 par 0,6.

Dividende. 194070 Diviseur. | 6000.

14070 Quotient. 32,345.

20700

27000

30000

0000

Après avoir trouvé pour quotient 32 entiers, j'ai eu pour reste 2070, auquel j'ai ajouté un zéro pour faire de ce reste des *dixièmes*, selon le principe du §. 219; j'ai obtenu pour quotient trois dixièmes avec un reste 2700, dont j'ai fait des *centièmes* en ajoutant un zéro, d'après le principe du même paragraphe; j'ai trouvé pour quotient 4 centièmes, avec un reste 3000, dont j'ai fait des *millièmes* en ajoutant un zéro, en vertu du même principe, et j'ai enfin obtenu pour quotient 5 millièmes sans reste.

Lorsque dans la division d'un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par une fraction décimale, le diviseur a moins de chiffres décimaux que le dividende, que fait-on ?

226. Le principe du §. 224 est d'une application générale, mais on peut simplifier l'opération lorsque, comme dans l'exemple ci-dessus, le diviseur a moins de chiffres décimaux que le dividende. Dans ce cas l'on avance la virgule à la droite du dividende d'un nombre de chiffres égal à la différence du nombre de chiffres décimaux du dividende et du diviseur, et l'on supprime la virgule du diviseur, sans y ajouter de zéros.

Par ce déplacement de la virgule d'un côté, et la suppression de la virgule de l'autre, on ne fait autre chose que multiplier le dividende et le diviseur par le même nombre, ce qui ne change pas la valeur du quotient (§. 85), et l'opération se réduit alors à diviser un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier.

Cette division fournit souvent l'occasion d'opérer d'une manière analogue à ce qui a été en-

seigné pour la conversion d'une fraction vulgaire en fraction décimale (§. 219).

Exercices.

Diviser

1°. 2348,045 par 0, 22 à moins d'1 cent-mil. près.
2°. 69,4845 par 0, 334 à moins d'1 million. près.
3°. 534,05 par 322 à moins d'1 dix-mil. près.
4°. 5,22 par 0,134 à moins d'1 dix-mil. près.

DE LA DIVISION DES NOMBRES COMPLEXES PAR LES NOMBRES COMPLEXES.

Comment divise-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction vulgaire?

227. On divise un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction vulgaire, en transformant le dividende en expression fractionnaire de même dénominateur que la fraction qui fait partie du dividende, et le diviseur aussi en expression fractionnaire de même dénominateur que la fraction qui fait partie du diviseur.

Cette transformation faite, on opère la division comme si le dividende et le diviseur étaient chacun une fraction.

5% par an fixé au 15 Décembre **Avoir**

Sommes			Dates des échéances		Jours	Nombres
1ᶠ[illegible]	C.					
1529	"	P.r s/ Rouen N.te	30	Mai.	105	883155
386	"	P.r N.E. s/ L...	25	Août.	110	262460
392	"	P.r s/ Rouen N.te	15	Novemb.	30	221760
1307	"					1367375
		P.r solde des nombres		"	"	213493
1307	"					1580868

[illegible]ste à Dix-huit cent quatre-vingt-seize francs trente-cinq Cent.

Exemples.

Diviser 2673. 5/8 par 54. 3/4

Divid. 2673.5/8 Diviseur 54.3/4

8 4

Divid. transf. 21389/8 219/4 Divis. transf.

21389 219

4 8

Quot. 85556 | 1752 1752

15476. 48. 1er divid. 1752 | 1460. 1er divis.

1er reste 292 1. 1er quot.

1460/1752=5/6

2e divid. 1460 | 292. 2e divis.

000 5. 2e. quot.

1752 | 292

000 6

Quot. simpl. 48. 5/6

En vertu du §. 83, j'ai trouvé 21389/8, pour la transformation du dividende en expression fractionnaire, et 219 /4, pour la transformation du diviseur.

En multipliant (§. 156) les deux termes extérieurs 21389 et 4, j'ai obtenu pour numérateur du quotient

85556/

En multipliant (§. 156) les deux termes in-

térieurs 219 et 8, j'ai obtenu pour dénominateur du quotient

/1752

En sorte que j'ai trouvé pour quotient

85556/1752.

En ayant extrait les entiers, j'ai trouvé

48.1460/1752.

J'ai ensuite, par la voie du plus grand commun diviseur (§. 111) réduit 1460/1752 à sa plus simple expression, et j'ai obtenu 5/6.

En sorte que mon quotient, réduit à sa plus simple expression, est 48.5/6.

Comment divise-t-on un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction décimale?

228. On divise un nombre entier accompagné d'une fraction décimale par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction décimale, en ajoutant à la droite du dividende ou du diviseur un nombre de zéros suffisant pour que le nombre des chiffres décimaux soit égal de part et d'autre, s'il ne l'est déjà. Par cette adjonction on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre (§. 62), ce qui ne change pas la valeur de la fraction (§. 85).

Cette préparation faite, on supprime de part et d'autre la virgule, et par cette suppression les entiers comme les fractions se trouvent multipliés, tant dans le dividende que dans le diviseur, par le même chiffre 1 suivi d'autant de zéros qu'il y a de chiffres décimaux, ce qui ne change pas la valeur du quotient (§. 52), en sorte que l'opération se réduit à diviser un nombre entier par un nombre entier.

Exemple.

Diviser 16,34986 par 4,567.

Dividende. 1634986	Diviseur.	456700
2648860		3,58
3653600		
000000		

Le dividende 16,34986 contenant 5 chiffres décimaux, et le diviseur 4,567 seulement 3, j'ai ajouté à la droite du diviseur 2 zéros pour que le nombre de ses chiffres décimaux fût égal à celui des chiffres décimaux du dividende, et par cette adjonction je n'ai pas changé la valeur de la fraction du diviseur, puisque par le fait de cette adjonction j'ai multiplié les deux termes de la fraction par le même nombre 100 (§. 62).

J'ai ensuite supprimé la virgule dans le dividende et dans le diviseur, et par cette suppression le dividende et le diviseur se sont trouvés multipliés par le même nombre 100000; en sorte que cela n'a pu altérer la valeur du quotient (§. 52).

J'ai fait ensuite la division en considérant le dividende et le diviseur comme des nombres entiers; j'ai trouvé 3 pour quotient et 264886 pour reste; j'ai fait de ce reste des *dixièmes* en le multipliant par 10, d'après le principe du §. 219, j'ai obtenu pour quotient 5 *dixièmes* et 3653600 pour reste; j'ai fait de ce reste des *centièmes* en le multipliant par 10, et j'ai eu pour quotient 8 *centièmes* sans reste.

Lorsque dans la division d'un nombre entier, accompagné d'une fraction décimale, par un nombre entier aussi accompagné d'une fraction décimale, le diviseur contient moins de chiffres décimaux que le dividende, que fait-on?

229. Lorsque le diviseur a moins de chiffres décimaux que le dividende, comme c'est le cas de l'exemple ci-dessus, on abrége l'opération en supprimant simplement la virgule dans le diviseur, et en avançant la virgule à droite dans le dividende d'un nombre de chiffres égal au nombre de chiffres décimaux du diviseur, puisque par-là le dividende et le diviseur se trouvent multipliés par le même nombre, et que l'on évite d'ajouter des zéros aux restes successifs de la division pour obtenir les chiffres décimaux du quotient.

Cette loi est conforme à ce qui a été dit au §. 226.

Exercices.

Diviser

1°. 34. 3/5 par 28. 3/7
2°. 96. 7/8 par 57. 4/9
3°. 69. 3/4 par 8. 5/6
4°. 634,8 par 5,29
5°. 582,12 par 7,354
6°. 42,564 par 8,35

DE LA TRANSFORMATION DES FRACTIONS DÉCIMALES EN FRACTIONS VULGAIRES.

Comment transforme-t-on une fraction décimale en fraction vulgaire?

230. Transformer une fraction décimale en fraction vulgaire, n'est autre chose que réduire une fraction vulgaire à sa plus simple expression.

On fait cette opération au moyen du plus grand commun diviseur, dont la méthode a été exposée au §. 111.

DE LA PUISSANCE DES NOMBRES.

231. On appelle *puissance* d'un nombre, le produit qui résulte de la répétition de ce nombre comme facteur.

Qu'appelle-t-on puissance d'un nombre?

232. Ainsi, lorsqu'un nombre est 2 fois facteur, le produit s'appelle seconde *puissance* de ce nombre, ou *carré* de ce nombre.

Lorsqu'un nombre est deux fois facteur, comment s'appelle le produit?

233. Lorsqu'un nombre est 3 fois facteur, le produit s'appelle troisième *puissance* de ce nombre, ou *cube* de ce nombre.

Lorsqu'un nombre est trois fois facteur, comment nomme-t-on le produit?

Il n'y a que la seconde et la troisième puissance qui prennent un nom particulier, savoir : celui de *carré*, pour la seconde, et celui de *cube* pour la troisième.

Les autres puissances s'appellent *quatrième*, *cinquième*, *sixième*, etc., selon que le nombre est quatre fois, cinq fois, six fois, etc., facteur.

234. Nous embrasserons tous les cas à-la-fois, en disant qu'un produit est la m^{me}. puissance d'un nombre, lorsque ce nombre a été m fois facteur, m étant un nombre quelconque.

On connaît la seconde puissance ou carré de chacun des 9 chiffres, lorsque l'on connaît la table de multiplication.

Ainsi 81 est la seconde puissance ou carré de 9; 64 est la seconde puissance ou carré de 8; et ainsi de suite.

235. Le carré d'un nombre entier quelconque est égal au carré d'un nombre qui a une unité de moins, plus le double du moindre nombre augmenté de l'unité.

Quelle est la valeur du carré d'un nombre entier quelconque, relativement au carré d'un nombre qui a une unité de moins?

Ainsi le carré de 2 qui est 4 est égal au carré de 1 qui est 1, plus le double de 1 qui est 2, plus 1.

En effet, 1 plus le double de 1 fait 3 plus 1 fait 4.

Ainsi le carré de 3 qui est 9 est égal au carré de 2 qui est 4, plus le double de 2 qui est 4, plus 1.

En effet, 4 plus 4 plus 1 fait 9.

Ainsi le carré de 4 qui est 16 est égal au carré de 3 qui est 9, plus le double de 3 qui est 6, plus 1.

En effet, 9 plus 6 plus 1 fait 16, etc., etc.

Je démontrerai ce principe dans l'Algèbre.

Combien de chiffres peut avoir le carré d'un nombre entier composé d'un seul chiffre?

236. Le carré d'un nombre entier composé d'un seul chiffre ne peut avoir plus de 2 chiffres, car 9 qui est le plus grand des nombres d'un seul chiffre n'en a que 2; c'est 81.

Qu'est-ce que la racine d'un nombre?

237. La racine d'un nombre est le facteur qui par des multiplications successives a produit ce nombre.

Qu'est-ce que la racine carrée d'un nombre?

Ainsi la racine carrée d'un nombre est le facteur qui ayant été 2 fois facteur a produit ce nombre.

3 est la racine carrée de 9; car 3 est 2 fois facteur dans le produit 9.

Qu'est-ce que la racine cubique d'un nombre?

La racine cubique d'un nombre est le facteur qui ayant été 3 fois facteur a produit ce nombre.

Qu'est-ce que la racine m^{me}. d'un nombre?

238. Nous embrasserons tous les cas à-la-fois en disant que la racine m^{me}. d'un nombre est le facteur qui ayant été m fois facteur a produit ce nombre.

239. Le mot de *racine* est donc l'inverse de celui de *puissance*.

240. Corollaire (1) du §. 236. La racine carrée d'un nombre entier ne peut avoir plus d'un chiffre.

Proposons-nous de faire le carré d'un nombre qui ait des dixaines et des unités, et voyons de quels élémens il se compose.

$$\begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

En fesant le carré de 36, j'ai d'abord multiplié 6 par 6, ce qui a produit

1°. Le carré des unités.

J'ai ensuite multiplié 3 par 6, et trouvé

2°. Le produit des dixaines par les unités.

J'ai encore multiplié 3 par 6, d'où est résulté

3°. Le produit des dixaines par les unités.

J'ai enfin multiplié 3 par 3, et obtenu

4°. Le carré des dixaines.

241. Mais comme j'ai obtenu 2 fois le produit des dixaines par les unités, je puis dire que le carré d'un nombre qui a des dixaines et des unités se compose de 3 élémens, savoir :

(1) On appelle *Corollaire* la conséquence qui résulte d'un ou de plusieurs principes. Qu'est-ce qu'un corollaire?

1°. Du carré des unités;

2°. Du double produit des dixaines par les unités;

3°. Du carré des dixaines.

Dans un nombre composé de dixaines et d'unités, que peut contenir le carré des unités?

242. Le carré des unités peut contenir des dixaines et des unités.

Dans un nombre composé de dixaines et d'unités, que peut contenir le double produit des dixaines par les unités?

243. Le double produit des dixaines par les unités ne peut jamais contenir des unités, et n'occupe par conséquent jamais la place des unités; il contient des dixaines et peut aussi contenir des centaines.

Dans un nombre composé de dixaines et d'unités, que peut contenir le carré des dixaines?

244. Le carré des dixaines peut contenir des centaines et des mille; il ne peut jamais occuper le premier ni le second rang à droite.

Combien un nombre composé de plus de deux chiffres doit-il en avoir à sa racine carrée?

245. Tout nombre composé de plus de 2 chiffres en a nécessairement 2 à sa racine carrée; car 100, qui est le plus petit des nombres de 3 chiffres, a pour racine carrée 10.

Tout nombre qui n'a que quatre chiffres, combien peut-il en avoir à sa racine carrée?

246. Tout nombre qui n'a que 4 chiffres ne peut en avoir plus de 2 à sa racine carrée; car 100 qui est le plus petit des nombres de 3 chiffres a à son carré 10000.

Combien tout nombre qui a plus de deux chiffres et qui n'en a pas plus de quatre, en a-t-il à sa racine carrée?

247. Donc tout nombre qui a plus de 2 chiffres et qui n'en a pas plus de 4 en a 2 à sa racine carrée.

Combien un nombre composé de plus de quatre chiffres en a-t-il à sa racine carrée?

248. Tout nombre composé de plus de 4 chiffres en a 3 à sa racine carrée; car 10000 qui est le plus petit des nombres de 5 chiffres a pour racine carrée 100.

Combien un nombre qui n'a que six chiffres peut-il en avoir à sa racine carrée?

249. Tout nombre qui n'a que 6 chiffres ne peut en avoir plus de 3 à sa racine carrée; car

1000 qui est le plus petit des nombres de 4 chiffres a à son carré 1000000 qui est le plus petit des nombres de 7 chiffres.

250. Donc tout nombre qui a plus de 4 chiffres et qui n'en a pas plus de 6, en a 3 à sa racine carrée.

Un nombre qui a plus de quatre chiffres et qui n'en a pas plus de six, combien en a-t-il à sa racine carrée?

251. Tout nombre composé de plus de 6 chiffres en a 4 à sa racine carrée; car 1000000 qui est le plus petit des nombres de 7 chiffres a pour racine carrée 1000.

Combien un nombre composé de plus de six chiffres en a-t-il à sa racine carrée?

252. Tout nombre qui n'a que 8 chiffres ne peut en avoir plus de 4 à sa racine carrée; car 10000, qui est le plus petit des nombres de 5 chiffres, a à son carré 100000000.

Combien un nombre qui n'a que 8 chiffres peut-il en avoir à sa racine carrée?

253. On pourrait étendre l'analogie aussi loin que l'on voudrait, et l'on peut conclure que toutes les fois qu'un nombre est pair il n'y a qu'à en prendre la moitié pour savoir combien il doit avoir de chiffres à sa racine carrée, et que toutes les fois qu'il est impair on n'a qu'à ajouter mentalement un chiffre et en prendre la moitié pour savoir de combien de chiffres doit se composer sa racine.

Comment reconnaît-on quel doit être le nombre de chiffres qu'un nombre quelconque doit avoir à sa racine carrée?

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE DES NOMBRES ENTIERS.

254. Extraire la racine carrée d'un nombre c'est trouver le facteur qui ayant été multiplié par lui-même a produit ce nombre.

Qu'est-ce qu'extraire la racine carrée d'un nombre?

Proposons-nous d'extraire la racine carrée de 1296.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{1296}^{(1)} & 36 \\ 9 & \\ \hline 66 \,|\, 396 & \\ 6 \,|\, 396 & \\ \hline 000 & \end{array}$$

Puisque le nombre dont il s'agit d'extraire la racine carrée a 4 chiffres, sa racine carrée doit en avoir 2 (§. 253).

Je commence par extraire les dixaines de la racine, et je dis que le carré des dixaines de la racine ne peut être contenu que dans 12 (§. 244).

J'extrais la racine carrée de 12, c'est 3; je place 3 à côté du nombre à extraire, je carre 3, et je retranche de 12 le carré 9; il reste 3 que je place au-dessous.

Ce 3, quoique des centaines, ne fait pas partie du carré des dixaines, et provient des retenues des 2 autres élémens.

A côté de ce 3 j'abaisse les 2 chiffres 96, ce qui me fait 396, nombre qui ne contient plus que 2 élémens, savoir le double produit des dixaines par les unités et le carré des unités.

Le chiffre 6 des unités de 396 ne peut faire partie du deuxième élément (§. 243), c'est-à-dire du double produit des dixaines par les unités.

(1) Le signe $\sqrt{}$ s'appelle signe radical. Quand il n'a pas de chiffre entre ses branches, il signifie *Racine carrée de*. Quand on veut désigner la *Racine cubique* on écrit le chiffre 3 entre ses branches de cette manière : $\sqrt[3]{}$

39 contient donc le second élément plus les dixaines provenant des retenues du carré des unités, si les unités sont au-dessus de 3.

Je place maintenant le double 6 des dixaines 3 de la racine à côté de 39, second élément ; et comme en divisant un produit par l'un de ses 2 facteurs je dois trouver l'autre facteur (§. 47), il faut qu'en divisant le second élément par le double des dixaines de la racine, un de ses 2 facteurs, je trouve l'autre facteur qui est les unités de la racine ; donc en divisant 39 par 6 je dois avoir pour quotient les unités de la racine, et ce quotient est 6.

Ce quotient serait sans reste si le carré était exact et que les unités de la racine ne fussent pas au-dessus de 3, parce qu'alors il n'y aurait pas de retenue.

Dans le cas actuel il y a un reste 3, mais le carré est parfait ; donc ce reste 3 représente les 3 dixaines qu'a fournies le carré des unités 6.

Car en multipliant le double des dixaines de la racine, plus les unités de la racine par les unités de la racine, on a pour produit 396, c'est-à-dire les 2 premiers élémens.

Nous allons maintenant extraire la racine carrée d'un nombre qui ne soit pas un carré parfait.

255. On prouve de deux manières que l'extraction de la racine carrée, d'un nombre qui a à sa racine des dixaines et des unités, a été faite avec exactitude :

Comment prouve-t-on que l'extraction de la racine carrée d'un nombre qui a à sa racine des dixaines et des unités, a été faite avec exactitude ?

256. 1°. En multipliant le double des dixaines de la racine plus les unités de la racine, par les unités de la racine, c'est-à-dire en fesant les deux premiers élémens, il faut que le produit soit égal à ce qui reste dans le nombre proposé après qu'on en a retranché le carré des dixaines, si le nombre proposé est un carré parfait.

257. 2°. En carrant la racine trouvée, le résultat doit être le nombre même dont on a proposé d'extraire la racine carrée, lorsque le nombre proposé est un carré parfait.

Lorsqu'un nombre dont il s'agit d'extraire la racine carrée n'est pas un carré parfait, comment exprime-t-on la racine cherchée?

258. Lorsque le nombre dont il s'agit d'extraire la racine carrée n'est pas un carré parfait, la racine cherchée ne peut s'exprimer que d'une manière approchée.

Comment s'appelle la racine carrée d'un nombre qui n'est pas un carré parfait?

Dans ce cas, la racine s'appelle nombre *incommensurable*, ou *irrationnel*, c'est-à-dire qu'étant multipliée par elle-même elle ne peut jamais reproduire exactement le nombre proposé.

Qu'emploie-t-on ordinairement pour porter la racine carrée d'un nombre à une approximation donnée?

259. On emploie ordinairement les fractions décimales pour porter la racine carrée d'un nombre à une approximation donnée; et l'on peut porter l'approximation si loin qu'il n'y aurait aucun avantage à assigner la véritable racine.

Lorsqu'un nombre dont on veut extraire la racine carrée n'est pas un carré parfait, comment fait-on la preuve de l'opération?

260. Lorsqu'un nombre n'est pas un carré parfait, et qu'après avoir trouvé la racine carrée du plus grand carré qu'il contient, on ne veut pas chercher d'approximation, il faut, pour faire la preuve, carrer les entiers que l'on a trouvés, et ajouter à leur carré la différence que l'on a obtenue en retranchant le produit des dixaines de la racine et des unités de la racine

par les unités de la racine du reste, qui était combiné avec le troisième élément, à côté duquel on a descendu la tranche à droite.

Nous ferons plus tard l'application de ces principes pour remédier à ce qu'ils peuvent avoir de trop abstrait.

Nous avons dit (§. 241) que le carré d'un nombre qui a des dixaines et des unités se compose de 3 élémens, savoir : du carré des unités, du double produit des dixaines par les unités, et du carré des dixaines.

Mais tout nombre peut être décomposé en dixaines et unités.

Car 5342, par exemple, peut être décomposé en 534 dixaines et 2 unités.

En en fesant le carré on trouvera qu'il se compose également de 3 élémens, savoir : du carré des unités, du double produit des dixaines par les unités, et du carré des dixaines.

```
    5342
    5342
 --------
   10684
  21368
 16026
26710
 --------
28536964
```

En multipliant les chiffres supérieurs 5342 par le chiffre inférieur 2, j'ai multiplié 534 dixaines, plus 2 unités par 2 unités, ce qui m'a donné pour produit

1°. Le carré des unités;

2°. Le produit des dixaines par les unités; et ce produit est un nombre de dixaines puisqu'il est placé à la gauche des unités.

En multipliant le chiffre supérieur 2 par les chiffres inférieurs 534, j'ai multiplié 2 unités par 534 dixaines, ou (§. 26) 534 dixaines par 2 unités, ce qui m'a donné pour produit

3°. Le produit des dixaines par les unités; et ce produit est un nombre de dixaines, puisqu'il est placé à la gauche des unités.

En multipliant les chiffres supérieurs 534 par les chiffres inférieurs 534, j'ai obtenu

4°. Le carré des dixaines.

Mais le 2me et le 3me produit étant les mêmes, les quatre peuvent se réduire à 3 élémens, comme il a déjà été dit au §. 241; en sorte que l'on a

1°. Le carré des unités;

2°. Le double produit des dixaines par les unités;

3°. Le carré des dixaines.

Comment prépare-t-on un nombre pour en extraire la racine carrée?

261. Le §. 253 fait connaître implicitement que pour extraire la racine carrée d'un nombre quelconque, on le partage en tranches de 2 chiffres, en commençant par la droite, et que si le nombre est impair, le dernier chiffre à gauche compte pour une tranche, de manière à nous apprendre que la racine carrée de ce nombre a autant de chiffres qu'il contient de tranches.

Nous démontrerons cela d'une manière rigoureuse dans l'algèbre.

Nous y donnerons aussi des caractères parti-

culiers auxquels on reconnaît, à la seule inspection, que certains nombres entiers ne sont pas des carrés parfaits.

Un nombre terminé par un nombre impair de zéros est-il un carré parfait?

262. On peut cependant dire ici que tout nombre terminé par un nombre impair de zéros, ne saurait être un carré parfait. Cette vérité frappe d'évidence, car si la racine carrée était exacte, elle ne pourrait être qu'un nombre entier terminé par un ou plusieurs zéros dont le carré devrait renfermer deux fois autant de zéros qu'il y en aurait à la racine carrée, et par conséquent un nombre pair de zéros, ce qui serait contraire à la supposition.

	$\sqrt{839}$	28	
48	4.		28
8	439		28
	384		224
Reste.	55		56
			784
			55
			839 preuve.

Comme le nombre proposé a 3 chiffres, sa racine carrée en a 2 (§. 245).

La racine carrée de 839 en nombres entiers est 28, avec un reste 55.

Tous les mathématiciens dont les ouvrages me sont tombés sous les yeux disent que pour s'assurer si les unités trouvées de la racine carrée ne sont pas trop fortes, il faut essayer si le double des dixaines de la racine, plus les unités de

la racine multipliés par les unités de la racine, laissent un reste plus faible que le double de la racine, plus un, après avoir retranché ce produit du nombre proposé, lorsqu'on a isolé de celui-ci le carré des dixaines de la racine.

Cette précaution est un emploi de temps à pure perte et tout-à-fait superflue.

Dès l'instant que l'on a isolé du nombre proposé le carré des dixaines de la racine l'on doit connaître quel est le véritable chiffre des unités de la racine en divisant le second élément par le double des dixaines de la racine, moyennant les considérations suivantes.

De quoi peut se combiner le second élément dans le carré parfait d'un nombre composé de dixaines et d'unités?

Dans le second élément, qui ne fait pas partie du chiffre des unités, se trouvent combinées les retenues provenant du carré des unités, s'il y a lieu; je dis *s'il y a lieu*, car lorsque les unités ne sont pas au-dessus de trois, elles ne peuvent fournir des dixaines.

263. Si le second élément était donc dégagé des retenues provenant du carré des unités de la racine, rien ne serait plus aisé que de trouver les unités de la racine, puisque le second élément contenant le double des dixaines de la racine multiplié par les unités (§. 241), renferme deux facteurs, dont l'un est connu (le double des dixaines de la racine), et qu'ainsi on peut trouver l'autre (les unités de la racine) en prenant pour diviseur le facteur connu (§. 47).

Quels facteurs renferme le second élément du carré d'un nombre composé de dixaines et d'unités?

Dans un carré qui n'est pas parfait, et qui a à sa racine carrée des dixaines et des unités, de quoi peut se combiner le second élément?

264. Lorsque le carré n'est pas parfait, en outre des retenues du carré des unités de la racine, dont parle le §. 263, le second élément se trouve

encore combiné des dixaines provenant de l'excès du nombre proposé sur le carré de la racine en nombre entier.

Comment évite-t-on de trouver un quotient trop fort lorsqu'on cherche les unités de la racine carrée qui a des dixaines et des unités?

265. Je dis que les dixaines dont il est parlé aux §. 263 et 264, comme combinées avec le second élément, n'empêchent pas de trouver les véritables unités de la racine, et qu'il n'y a pas à craindre que l'on trouve un quotient trop fort en divisant par le double des dixaines de la racine le second élément ainsi combiné, si l'on a soin de faire abstraction, dans la division, des unités de dixaines que pourrait fournir le carré du quotient obtenu; ce n'est qu'une opération de la pensée, qui se fait dans un clin-d'œil.

Pour fixer les idées, nous allons reprendre le nombre 839 ci-dessus, dont nous avons trouvé que le racine carrée en nombre entier est 28, avec un reste 55.

	$\sqrt{839}$	28
	4	
48	439	
8	384	
Reste.	55	

Détail de l'opération.

D'abord le nombre 839 a 2 chiffres à sa racine carrée, c'est-à-dire des dixaines et des unités (§. 245); et le carré des dixaines de la racine est contenu dans le chiffre 8 (§. 244).

La racine carrée de 8 est 2; je pose 2 à droite

du nombre à extraire; je carre 2, j'en place le carré au-dessous de 8; je retranche ce carré de 8; il reste 4; à droite de 4 je descends la tranche 39 du nombre à extraire, ce qui fait 439 qui ne contient plus du nombre à extraire que 2 élémens, savoir : le carré des unités et le double produit des dixaines par les unités, plus l'excédent sur le carré de la racine en nombre entier, puisque le nombre proposé n'est pas un carré parfait.

Je double les dixaines 2 de la racine, ce qui me donne 4, je place 4 à gauche de ce qui est resté après avoir retranché du nombre proposé le carré des dixaines de la racine; je divise le second élément 43 dixaines par 4 double des dixaines de la racine, pour avoir les unités de la racine; et si mon second élément n'était pas combiné avec des dixaines qui lui sont étrangères, je devrais trouver pour quotient les unités de la racine, puisqu'en divisant un produit par un de ses deux facteurs, l'on doit trouver l'autre facteur (§. 47.)

Mais ici mon quotient serait 10, avec un reste 3; or, je ne puis avoir à ma racine plus de deux chiffres; et comme j'ai déjà trouvé celui des dixaines, il ne me reste à trouver que celui des unités; j'apprends par-là que mon second élément contient beaucoup de dixaines qui lui sont étrangères.

Maintenant le plus fort chiffre que je puisse adopter c'est 9; j'adopte 9 mentalement, et je me dis que dans le cas où 9 serait les unités de

la racine, le second élément se trouverait renfermer 8 dixaines qui lui seraient étrangères, et qu'ainsi il ne faudrait plus voir dans le second élément que 35 dixaines au plus, c'est-à-dire, 8 de moins que 43; mais alors le véritable quotient ne serait plus 9 mais 8, car 4 n'entre que 8 fois dans 35; donc au lieu d'adopter 9, il ne faut adopter que 8 pour quotient; les unités de la racine sont donc 8.

J'apprends, par ce résultat, que mon second élément 43 renferme 11 dixaines qui lui sont étrangères, savoir : 6 qui appartiennent aux retenues provenant du carré de 8, et 5 qui appartiennent à l'excès du carré de 28 sur le nombre proposé; si à ces 5 dixaines j'ajoute les 9 unités qui sont à droite du second élément, 43 dixaines, j'aurai 59 unités pour reste; mais comme le carré des 8 unités n'a pas seulement produit 6 dixaines, mais encore 4 unités, je n'ai finalement pour reste que 55. Je n'aurais même pu avoir 57 pour reste, puisque d'après le §. 235, si j'avais 57 pour reste, il faudrait en conclure que ma racine carrée, au lieu d'être 28, est 29.

Après avoir trouvé les unités 8 de la racine, je les place à la droite du double des dixaines 4; je place ensuite encore ces 8 unités au-dessous de ces mêmes unités, et par elles je multiplie le double des dixaines de la racine, plus les unités de la racine, c'est-à-dire, que je forme les deux premiers élémens pour les retrancher de ces mêmes élémens du nombre proposé; je trouve pour reste 55, c'est-à-dire, le même ré-

sultat que m'avait déjà donné le simple raisonnement.

266. Il convient de se rendre bien familiers les détails du §. 265, si l'on veut n'éprouver aucune difficulté pour l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier quelconque.

Nous allons maintenant raisonner l'extraction de la racine carrée du nombre 28536964 dont il a été question au §. 260.

	$\sqrt{28,53,69,64}$	5342
	25	
103	353	
3	309	
1064	4469	
4	4256	
10682	21364	
2	21364	
	00000	

J'ai commencé par partager mon nombre en tranches de 2 chiffres, ce qui m'a appris d'avance que ma racine aurait 4 chiffres, puisqu'il y a 4 tranches au nombre proposé (§. 253).

J'ai extrait ensuite la racine carrée de la première tranche à gauche 28, qui contient le carré des dixaines de la racine (§. 244).

J'ai trouvé, pour les dixaines de la racine, 5 que j'ai écrit à droite du nombre proposé.

J'ai carré 5, et placé son carré 25 sous la

tranche 28; je l'ai retranché de 28, et ai trouvé pour reste 3, que j'ai placé au-dessous.

A côté de 3, j'ai descendu la tranche à droite 53, ce qui m'a fourni 353 pour les deux premiers élémens de 2853, le troisième élément 25, c'est-à-dire, le carré des dixaines de la racine en ayant été retranché.

A côté, à gauche des deuxième et troisième élémens, j'ai placé le double des dixaines 10 de la racine; j'ai divisé 35, deuxième élément, par 10, pour avoir les unités de la racine (§. 47).

J'ai obtenu pour quotient 3; j'ai placé 3 à droite des dixaines de la racine.

J'ai ensuite placé ce même 3 à côté de 10, double des dixaines de la racine, et répété ce 3 au-dessous pour former d'une manière distincte le premier et le deuxième élément, c'est-à-dire, le carré des unités de la racine et le double produit des dixaines par les unités. J'ai trouvé pour produit 309 que j'ai placé au-dessous de 353, pour l'en retrancher; j'ai eu pour reste 44.

S'il n'était question d'extraire la racine carrée que de 2853, j'aurais donc en entiers, pour racine, 53 avec un reste 44; et si l'opération est exacte, je devrais retrouver 2853 en carrant 53 et ajoutant 44 au carré (§. 260).

Mais j'ai encore à trouver 2 chiffres pour la racine carrée, puisqu'il y a encore 2 tranches.

A côté du reste 44 je descends la tranche à droite 69; et considérant maintenant les 2 chiffres 53 de la racine comme des dixaines, je double ces dixaines, ce qui me donne 106; je

place 106 à gauche du reste précédent 44, à côté duquel j'ai descendu la troisième tranche; et prenant 446 pour deuxième élément, je divise 446 par 106, pour avoir les unités de la racine (§. 47); j'ai pour quotient 4.

Je place 4 à la racine; je place aussi ce 4 à côté du double des dixaines 106; je répète ce 4 au-dessous, pour faire distinctement le premier et le deuxième élément en multipliant 1064 par 4; je place le produit 4256 au-dessous de 4469 pour l'en retrancher; j'ai pour reste 213.

Ici s'arrêterait l'opération si je n'avais que 3 tranches; et pour qu'elle fût juste, il faudrait qu'en carrant 534, et ajoutant 213 au carré, je retrouvasse le nombre 285369.

Mais j'ai encore une tranche, et par conséquent il me reste à trouver un quatrième chiffre à la racine.

A côté du reste 213 je descends la tranche à droite 64; et considérant maintenant les 3 chiffres 534 de la racine comme des dixaines, je double ces dixaines, ce qui me donne 1068; je place 1068 à gauche du reste précédent 213, à côté duquel j'ai descendu la quatrième tranche; et prenant 2136 pour deuxième élément, je divise 2136 par 1068 pour avoir les unités de la racine (§. 47); j'ai pour quotient 2.

Je place 2 à la racine; je place aussi ce 2 à côté du double des dixaines 1068, et je répète ce 2 au-dessous pour faire distinctement le premier et le deuxième élément en multipliant 10682 par 2; je place le produit 21364 au-dessous

de 21364 pour l'en retrancher; j'ai pour reste zéro.

J'en conclus que 5342 est la racine carrée exacte en nombre entier de 28536964.

Où place-t-on le double des dixaines de la racine carrée qui a des dixaines et des unités?

267. On voit que le double des dixaines de la racine se place toujours à gauche du premier et du deuxième élément, et que cela se répète autant de fois moins une qu'il y a de chiffres à la racine.

Combien de fois place-t-on le double des dixaines de la racine carrée qui a des dixaines et des unités?

Sur quel principe repose principalement l'extraction de la racine carrée?

268. L'extraction de la racine carrée repose presque entièrement sur le principe qu'en divisant un produit par l'un de ses 2 facteurs, l'on doit retrouver l'autre facteur (§. 47); et pour faire cette extraction il suffit de savoir dégager du deuxième élément (qui est le double du produit des dixaines par les unités) les dixaines qui lui sont étrangères, en se pénétrant bien de ce qui a été dit aux §. 263, 264 et 265.

Le second élément ci-dessus, combiné avec les dixaines qui lui sont étrangères, est successivement 35, — 446 — et 2136.

35 contient 30 dixaines qui lui sont propres, et 5 qui lui sont étrangères.

446 en contient 424 qui lui sont propres, et 22 qui lui sont étrangères.

2136 ne contient que celles qui lui sont propres.

269. Afin de se rendre bien compte de l'extraction de la racine carrée, il faut toujours avoir soin d'indiquer quelles sont les dixaines qui appartiennent au second élément et celles qui ne lui appartiennent pas. On s'accoutume ainsi à opérer d'une manière réfléchie et à ne

rien faire au hasard. On évite de cette manière de trouver des difficultés là où elles n'existent pas, et qui naissent continuellement sous la plume de ceux qui ne travaillent que par routine.

Exercices.

Extraire la racine carrée de

1°. 842724
2°. 657721
3°. 506944
4°. 361
5°. 35344
6°. 77281

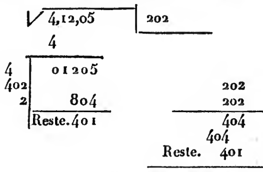
Pour être sûr, dans l'extraction de la racine carrée, que le chiffre des unités n'est pas trop fort, quelle précaution doit-on prendre ?

270. En ayant soin d'exclure du second élément les retenues provenant du carré des unités, on n'aura jamais à craindre de prendre un quotient trop fort, c'est-à-dire, de prendre pour chiffre des unités un chiffre trop fort ; car dans le cas où le carré n'est pas parfait, après avoir exclu du second élément les dixaines provenant du carré des unités, il ne peut plus se trouver dans ce second élément de dixaines qui lui soient étrangères que celles provenant de l'excès du nombre proposé sur le carré de la racine en nombre entier, et cet excès ne peut jamais fournir qu'un nombre de dixaines égal au double des dixaines de la racine, auquel cas le quotient n'aurait jamais qu'une unité de trop ; mais, dans ce cas même, la terminaison du nombre proposé ferait connaître que ce quotient devrait être diminué d'une unité, et par conséquent ce quo-

tient, qui est les unités de la racine, ne peut jamais être douteux.

Ceci n'est qu'une répétition de ce qui a déjà été dit, mais l'expérience m'a appris que l'on ne peut jamais trop se répéter dans la science importante des mathématiques.

271. Comme l'on pourrait se trouver embarrassé lorsque le chiffre des unités de la racine est zéro, je vais proposer l'extraction de la racine carrée d'un nombre qui présente ce cas.



Je commence par remarquer que le nombre proposé ayant 3 tranches, sa racine carrée aura 3 chiffres (§. 250 et 261).

J'extrais maintenant la racine carrée de 412, qui est des unités de centaines, comme si 412 était des unités absolues, et je cherche d'abord les dizaines de la racine dont le carré est contenu dans 4 (§. 244).

La racine carrée de 4 étant 2, je place 2 à droite; je carre 2, ce qui me donne 4; je place 4 au-dessous de 4 pour l'en retrancher; il ne me reste rien.

Je double les dixaines 2 de la racine, ce qui fait 4; je place 4 à gauche, et je descends la deuxième tranche 12, qui contient le double produit des dixaines par les unités, plus le carré des unités, c'est-à-dire les 2 premiers élémens d'un carré, puisque le premier élément 4 en a été retranché. Le deuxième élément ne pouvant faire partie du premier chiffre à droite (§. 243) doit être contenu dans 1; mais comme 1 ne peut contenir le double 4 des dixaines de la racine, j'en conclus que la racine carrée n'a pas d'unités, mais seulement des dixaines; je mets donc un zéro à la place des unités à la droite de 2.

Ma racine carrée est donc 20; il faut donc qu'en carrant 20, et ajoutant 12 au carré je trouve le nombre proposé 412, ce qui a lieu en effet.

J'ai supposé pour un moment que le nombre proposé était 412 unités absolues, et par conséquent ma racine carrée serait 40 unités absolues; mais le véritable nombre proposé ayant 2 chiffres de plus, 412 représente des unités de centaines; ma racine carrée 40 est donc 40 unités de dixaines, puisque des dixaines multipliées par des dixaines produisent des centaines.

Je double les dixaines 20, et place le double 40 à sa place ordinaire à gauche.

Ayant eu pour reste 12 unités de centaines, c'est-à-dire 1200, en abaissant la tranche à droite, j'ai 1205 dont il me faut extraire la racine carrée. Mais comme il ne me reste plus que le chiffre des unités à trouver, je considère 1205 comme contenant les 2 premiers élémens

d'un carré, c'est-à-dire, le double des dixaines multiplié par les unités, plus le carré des unités; 1205 contient en outre l'excès du nombre proposé sur le carré de la racine en nombre entier, si le nombre proposé n'est pas un carré parfait.

Je divise donc 120, second élément, par 40, double des dixaines de la racine; j'ai pour quotient 3, en sorte que 3 serait les unités de la racine si le second élément 120 ne renfermait pas des dixaines qui lui sont étrangères.

S'il renferme des dixaines qui lui sont étrangères, ce ne peut être des dixaines provenant du carré des unités, puisqu'en fesant le carré du quotient 3 on n'obtient que 9, qui ne contient pas des dixaines.

Si le second élément 120 ne renferme que les dixaines qui lui sont propres, on a pour les unités de la racine 3, comme il vient d'être dit; mais dans ce cas il faut que le carré de 3 ne surpasse pas 5; or, il le surpasse de 4, d'où je conclus que 120 ne renferme pas uniquement les dixaines qui sont propres au second élément; or il n'en renfermerait qu'une de plus, qu'il faudrait diminuer d'autant le nombre 120, et qu'ainsi il ne pourrait plus contenir 3 fois le double 40 des dixaines 20; donc il ne le contiendrait plus que 2 fois; donc le chiffre des unités de la racine est 2.

Je multiplie le double 40 des dixaines 20 de la racine, plus les unités 2 de la racine par les unités de la racine, pour former distinctement les 2 premiers élémens; j'ai pour produit 804,

que je retranche de 1205, et je trouve pour reste 401.

Pour m'assurer si l'opération est exacte, je carre la racine 202, et j'ajoute au carré le reste 401; je dois retrouver le nombre proposé 41205, ce qui a lieu en effet.

272. On voit, par tout ce qui précède, que le chiffre des unités de la racine ne peut jamais être douteux, si l'on a soin de faire précéder son adoption du raisonnement convenable; et ce raisonnement est presque aussi rapide que l'éclair, quand on s'est bien pénétré des élémens qui entrent dans un carré.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE DES NOMBRES ENTIERS PAR APPROXIMATION.

Quelle distance y a-t-il entre le carré d'un nombre entier et celui d'un autre nombre supérieur d'une unité?

273. Nous avons dit (§. 235) que du carré d'un nombre entier au carré d'un autre nombre supérieur d'une unité, il y avait la distance du double du plus petit nombre augmenté de l'unité; nous avons du moins dit l'équivalent en d'autres termes.

274. Il suit de-là que plus un nombre est grand, plus est grande la distance du carré de ce nombre au carré d'un autre nombre supérieur d'une unité.

Quels sont les nombres qui ne sont pas des carrés parfaits?

275. Donc aucun des nombres qui se trouvent entre le carré d'un nombre entier et le carré d'un autre nombre entier supérieur d'une unité n'est un carré parfait.

Nous avons déjà dit (§. 258) que lorsqu'un nombre n'est pas un carré parfait, sa racine car-

rée est un nombre *irrationnel* ou *incommensurable*, c'est-à-dire (§. 72), qu'il ne peut être formé par la répétition d'une fraction.

276. Ainsi, quelle que soit l'approximation à laquelle on porte une racine carrée, on ne pourra jamais trouver une fraction qui, répétée un nombre quelconque de fois, avec ou sans entiers, reproduise exactement le nombre dont on a extrait la racine carrée.

277. Mais on peut approcher autant que l'on veut de la véritable racine carrée d'un nombre entier qui n'est pas un carré parfait, et, dans cette vue, on se sert ordinairement de fractions décimales.

En ajoutant à la droite de la racine carrée d'un nombre qui est un carré parfait un nombre quelconque de zéros, quelle racine carrée obtient-on?

278. En ajoutant à la droite de la racine carrée d'un nombre qui est un carré parfait un nombre quelconque de zéros, on obtient la racine carrée du même nombre auquel on a ajouté deux fois autant de zéros, puisqu'un carré peut être considéré comme un dividende dont le diviseur et le quotient sont chacun la racine carrée, c'est-à-dire, dont le diviseur et le quotient sont identiques; or, si je multiplie un nombre qui ait à sa droite 2 zéros, par exemple, par un autre nombre qui ait aussi à sa droite 2 zéros, j'aurai 4 zéros au produit (§. 28).

279. Le principe du §. 81 sert à mettre la plus grande clarté dans la méthode par laquelle on extrait, par approximation, le racine carrée d'un nombre entier.

Soit proposé d'extraire la racine carrée d'un

nombre qui tombe entre le carré de 25 et celui de 26, par exemple, de 638, à moins d'1 millième près.

Comme je veux avoir des millièmes à ma racine, et que des millièmes multipliés par des millièmes produisent des millioniémes (§. 15 et 141), il s'ensuit que je dois transformer 638 en millioniémes, et multiplier par conséquent 638 par 1 million, en donnant pour dénominateur au produit 1 million; je trouve pour expression fractionnaire 638000000/1000000 dont il s'agit d'extraire la racine carrée. Or, comme une expression fractionnaire suit la même loi qu'une fraction proprement dite, et qu'on multiplie une fraction par une fraction, en multipliant numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur, il s'ensuit que pour extraire la racine carrée d'une expression fractionnaire, il faut extraire la racine carrée du numérateur, et ensuite celle du dénominateur. La racine carrée du dénominateur est toute trouvée, puisqu'il n'y a qu'à prendre la moitié des zéros et les faire précéder du chiffre 1; il n'est donc plus question que d'extraire la racine carrée du numérateur, d'après les procédés déjà indiqués.

L'extraction de la racine carrée de 638, à moins d'1 millième près, doit donc se présenter sous cette forme :

$\sqrt{638000000/1000000}$		25,258
	4	
45	238	25258/1000
5	225	25258/1000
502	1300	202064
2	1004	126290
		50516
5045	29600	126290
5	25225	50516
50508	437500	637966564/1000000
8	404064	33436
		Preuve. 638000000/1000000=638

Reste. 33436/1000000

L'extraction de la racine carrée du numérateur 638000000 m'a donné 25258; j'ai obtenu 1000 de celle du dénominateur 1000000; en sorte que j'ai trouvé pour racine carrée 25258/1000, qui signifie, en langage décimal, 25,258 (§. 151).

J'ai eu pour reste 33436/1000000.

Pour faire la preuve, j'ai carré 25258/1000; j'ai obtenu pour carré 637966564/1000000, j'ai ajouté au carré le reste 33436/1000000, et j'ai retrouvé le nombre proposé 638 en divisant le numérateur et le dénominateur par 1 million, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire (§. 87); d'où je conclus que l'opération est juste.

L'extraction de la racine carrée par approximation n'est donc pas plus difficile que celle des carrés parfaits des nombres entiers.

280. Dès que l'on a trouvé les 2 premiers chiffres de la racine carrée d'un nombre quelconque, le second élément ne peut plus, en le

Lorsque l'on a trouvé les deux premiers chiffres de la racine carrée d'un nombre quelconque, quel quotient est-

on susceptible d'obtenir en cherchant les unités de la racine?

divisant par le double des dixaines de la racine, fournir un quotient qui surpasse de plus d'une unité le véritable quotient; mais afin de ne pas se tromper même d'une unité, il n'y a qu'à supprimer dans le second élément les dixaines qu'aurait produites le carré du quotient, et voir si après cette suppression on obtiendrait encore le même quotient.

Comment connaît-on à vue le double des dixaines de la racine carrée d'un nombre, quelque grand que soit ce nombre?

281. Lorsqu'un nombre dont on veut extraire la racine carrée est très considérable, il ne serait pas aisé de savoir à l'instant quel est le double de la racine, pour reconnaître si on a un reste trop fort, si le mécanisme de l'extraction de la racine carrée ne fournissait le moyen de découvrir à vue ce double de la racine. Voici ce moyen.

Chaque fois que l'on a obtenu un chiffre de la racine après le premier, on double les dixaines de la racine, et l'on met à côté, à droite, les unités, pour multiplier ce double des dixaines et les unités par les unités, et faire ainsi le premier et le second élément distinct, ce qui a lieu autant de fois moins une qu'il y a de chiffres à la racine, comme nous l'avons déjà dit. Or les dixaines qui suivent sont toujours représentées par la somme des nombres que l'on emploie comme facteurs pour former les deux premiers élémens qui précèdent, et cette somme est supposée avoir un zéro à sa droite pour représenter des dixaines.

Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, 504 dixaines est la somme des facteurs précédens 502 et 2

par lesquels on forme les 2 premiers élémens distincts; — 5050 dixaines est la somme des facteurs 5045 et 5 par lesquels on forme de même les deux premiers élémens distincts.

Le raisonnement serait le même quel que fût le nombre de tranches dont se composerait un nombre à l'extraction de la racine duquel on voudrait procéder.

Exercices.

Extraire la racine carrée de

1°. 538 à moins d'1 dixième près.
2°. 4267 à moins d'1 centième près.
3°. 67544 à moins d'1 dix-millième près.
4°. 2 à moins d'1 cent-millième près.
5°. 3 à moins d'1 millionième près.
6°. 28 à moins d'1 millième près.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE DES FRACTIONS VULGAIRES.

282. On sait (§. 141) que pour multiplier une fraction par une fraction, on multiplie numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur; donc pour carrer une fraction il faut carrer le numérateur et le dénominateur.

Ainsi le carré de 5/6 est 25/36, et celui de 3/4 est 9/16.

283. Donc pour extraire la racine carrée d'une fraction vulgaire, il faut extraire la racine carrée du numérateur et celle du dénominateur.

Comment fait-on pour extraire la racine carrée d'une fraction vulgaire?

Il peut arriver 3 cas.

Quels sont les cas qui peuvent se présenter dans l'extraction de la racine carrée d'une fraction vulgaire?

1°. Ou les 2 termes de la fraction sont des carrés parfaits;

2°. Ou des 2 termes de la fraction il n'y a que le dénominateur qui soit un carré parfait.

3°. Ou ni l'un ni l'autre terme n'est un carré parfait.

Le premier cas n'a pas besoin d'explication.

Lorsque le dénominateur d'une fraction vulgaire est un carré parfait, comment procède-t-on pour extraire la racine carrée de la fraction?

284. Dans le second cas, c'est-à-dire lorsque le dénominateur est un carré parfait, on transforme le numérateur en expression fractionnaire, selon l'esprit du §. 279; l'on extrait la racine carrée de cette expression fractionnaire, et l'on donne pour dénominateur à la racine carrée la racine carrée du dénominateur de la fraction proposée.

Proposons-nous d'extraire la racine carrée de 6/49, de manière à extraire celle du numérateur à moins d'1 centième près, le dénominateur 49 étant un carré parfait dont la racine est 7.

Puisque je veux avoir des centièmes à la racine carrée du numérateur, il faut que je transforme le numérateur en expression fractionnaire qui ait pour dénominateur 10000, puisque le carré de 100 est 10000 (§. 15), c'est-à-dire, que je multiplie le numérateur par 10000, ce qui se fait en ajoutant 4 zéros à droite (§. 15).

L'extraction de la racine carrée de 6 à moins d'1 centième près se présentera donc sous cette forme

	$\sqrt{60000/10000}$	2,44	
	4		
44 / 4	200 / 176	244/100 / 244/100	
484 / 4	2400 / 1936	976 / 976 / 488	
	Reste. 464/10000	59536/10000 / 464/	
		Preuve. 60000/10000=6	

L'extraction de la racine carrée du numérateur 60000 m'a donné 244; j'ai obtenu 100 de celle du dénominateur 10000; en sorte que j'ai trouvé pour racine carrée 244/100, qui signifie en langage décimal 2,44 (§. 151).

J'ai eu pour reste 464/10000.

Pour faire la preuve j'ai carré 244/100; j'ai obtenu pour carré 59536/10000; j'ai ajouté au carré le reste 464/10000, et j'ai retrouvé le nombre proposé 6 en divisant le numérateur et le dénominateur par 10000, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire (§. 87); d'où je conclus que l'opération est juste.

J'ai donc trouvé 2,44 pour racine carrée à moins d'1 centième près du numérateur 6 de la fraction 6/49; et comme le dénominateur 49 a pour racine carrée 7, je donne 7 pour dénominateur à 2,44, ce qui étant traduit en langage ordinaire signifie la septième partie de 2 entiers 44 centièmes, ou 2,44/7.

Mais pour n'avoir pas deux espèces de frac-

tions à-la-fois, il faut réduire l'expression 2,4 1/7 en fraction décimale d'après le principe du §. 212, et l'on trouve pour quotient 0,35 à moins d'1 centième près, en fesant usage de ce que prescrit le §. 222 lorsqu'on a un reste supérieur à la moitié du diviseur.

Dans le cas où ni l'un ni l'autre terme d'une fraction vulgaire n'est un carré parfait, quelle méthode emploie-t-on pour extraire la racine carrée de la fraction?

285. Dans le troisième cas, celui où ni l'un ni l'autre terme n'est un carré parfait, on multiplie l'un et l'autre terme de la fraction par le dénominateur, ce qui ne change pas la valeur de la fraction (§. 85), et rend ce dénominateur carré; alors on opère comme dans le cas du §. 284.

Exercices.

Extraire la racine carrée de

1°. 3/4 à moins d'1 centième près.
2°. 5/8 à moins d'1 millième près.
3°. 7/9 à moins d'1 dix-millième près.
4°. 5/5 à moins d'1 cent-millième près.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE DES NOMBRES COMPLEXES.

Comment s'y prend-on pour extraire la racine carrée d'un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire ?

286. Pour extraire la racine carrée d'un nombre entier accompagné d'une fraction vulgaire, on commence par transformer le nombre entier en expression fractionnaire, en lui donnant pour dénominateur celui de la fraction qui accompagne l'entier, et en joignant à son numérateur celui de la fraction.

Cette préparation faite, on opère comme

pour l'extraction de la racine carrée d'une fraction vulgaire.

Exemple.

Extraire la racine carrée de 19. 3/8 à moins d'1 centième près.

Je commence par transformer 19 en huitièmes (§. 83).

$$\begin{array}{r} 19 \\ 8 \\ \hline 155/8 \end{array}$$

19 entiers et 3/8 donnent 155/8.

Je carre le dénominateur 8 et multiplie par 8 le numérateur 155, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire 155/8 (§.86), et je trouve 1240/64.

J'extrais la racine carrée de 1240, et, comme je veux avoir des centièmes à la racine, je transforme 1240 en *dix-millièmes*, c'est-à-dire que je multiplie 1240 par 10000, ce qui produit (§. 15) 12400000, à quoi je donne 10000 pour dénominateur.

Il s'agit donc maintenant d'extraire la racine carrée de 12400000/10000.

L'extraction de la racine carrée de 19. 3/8, à moins d'1 centième près, prendra donc cette forme.

	$\sqrt{12,40,00,00/10000}$	35,21
	9	
65	340	3521/100
5	325	3521/100
702	1500	3521
2	1404	7042
7041	9600	17605
1	7041	10563
	Reste. 2559/10000	12397441/10000
		2559/
		Preuve. 12400000/10000

L'extraction de la racine carrée du numérateur 12400000 m'a donné 3521 ; j'ai obtenu 100 de celle du dénominateur 10000; en sorte que j'ai trouvé pour racine carrée 3521/100, qui signifie en langage décimal 35,21 (§. 151).

J'ai eu pour reste 2559/10000.

Pour faire la preuve j'ai carré 3521/100; j'ai obtenu pour carré 12397441/10000; j'ai ajouté au carré le reste 2559/10000, et j'ai retrouvé le nombre proposé 1240 en divisant le numérateur et le dénominateur par 10000, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire (§. 87); d'où je conclus que l'opération est juste.

J'ai donc trouvé 35,21 pour racine carrée, à moins d'1 centième près du numérateur 1240 de l'expression fractionnaire 1240/64; et comme le dénominateur 64 a pour racine carrée 8, je donne 8 pour dénominateur à 35,21, ce qui, étant traduit en langage ordinaire, signifie la 8me. partie de 35 entiers 21 centièmes, ou 35,21/8.

Mais pour n'avoir pas deux espèces de frac-

tions à-la-fois, il faut réduire l'expression 35,21/8 en fraction décimale, d'après le principe du §. 212, et l'on trouve pour quotient 4,40 à moins d'1 centième près.

Exercices.

Extraire la racine carrée de

1°. 56. 5/9 à moins d'1 millième près.
2°. 108. 4/5 à moins d'1 centième près.
3°. 28. 11/12 à moins d'1 dix-millième près.
4°. 57. 4/15 à moins d'1 cent-millième près.

Comment extrait-on la racine carrée d'un nombre entier accompagné d'une fraction décimale?

287. Pour extraire la racine carrée d'un nombre entier accompagné d'une fraction décimale, il faut commencer par donner au nombre complexe un dénominateur qui soit le carré de l'ordre décimal que l'on veut avoir à la racine.

Lors donc que l'on veut avoir l'approximation à moins d'1 millième près, il faut que l'expression fractionnaire ait pour dénominateur 1 million, qui est le carré de mille, en sorte que l'expression fractionnaire doit avoir 6 chiffres décimaux (§. 62). Il faut donc ajouter à la droite de l'expression fractionnaire un nombre de zéros suffisant pour qu'elle ait 6 chiffres décimaux, cette adjonction ne changeant pas la valeur de l'expression fractionnaire (§. 172).

L'opération se réduit donc à extraire la racine carrée du numérateur et du dénominateur de la même manière qu'on l'a pratiqué aux §§. 284 et 286.

Exemple.

Extraire la racine carrée de 44,2 à moins d'1 dix-millième près.

Je commence par ajouter 7 zéros à la droite de 44,2, afin d'avoir pour dénominateur le carré de 10 mille, c'est-à-dire 100000000 (§. 62).

L'extraction de la racine carrée de 44,2, à moins d'1 dix-millième près, se présentera donc sous cette forme :

√ 4420000000/100000000 | 66483
36
126 | 820
6 | 756
1324 | 6400
4 | 5296
13288 | 110400
8 | 106304
132963 | 409600
3 | 398889
Reste. 10711/100000000

66483/10000
66483/10000
199449
531864
265932
398898
398898
4419989289/100000000
10711/
Preuve. 4420000000/100000000

L'extraction de la racine carrée du numérateur 4420000000 m'a donné 66483; j'ai obtenu 10000 de celle du dénominateur 100000000; en sorte que j'ai trouvé pour racine carrée 66483/10000, qui signifie, en langage décimal, 6,6483 (§. 151).

J'ai pour reste 10711/100000000.

Pour faire la preuve j'ai carré 66483/10000; j'ai obtenu pour carré 4419989289/100000000 ; j'ai ajouté au carré le reste 10711/100000000, et j'ai retrouvé le nombre proposé 44,2 en divisant le numérateur et le dénominateur par 100000000, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire; d'où je conclus que l'opération est juste.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE DES FRACTIONS DÉCIMALES.

288. On extrait la racine carrée d'une fraction décimale en lui donnant un dénominateur qui soit le carré de l'ordre décimal que l'on veut avoir à la racine.

Cette préparation faite, on opère comme pour l'extraction de la racine carrée d'une fraction vulgaire.

Exemple.

Extraire la racine carrée de 0,28 à moins d'1 dix-millième près.

Comme l'ordre décimal que je veux avoir à la racine est des *dix-millièmes*, je donne pour dénominateur, à la fraction proposée 0,28, cent millions, qui est le carré de 10000.

Dans ce but, j'ajoute 6 zéros à droite de la fraction 0,28 (§. 62), ce qui n'en change pas la valeur (§. 172).

L'extraction de la racine carrée de 0,28 à

moins d'1 dix-millième près, peut donc se présenter sous cette forme :

	√28,00,00,00/100000000	5291
	25	5291/10000
102	300	5291/10000
2	204	5291
1049	9600	47619
9	9441	10582
10581	15900	26455
1	10581	27994681/100000000
	Reste. 5319/100000000	5319/
		Preuve. 28000000/100000000

L'extraction de la racine carrée du numérateur 28000000 m'a donné 5291 ; j'ai obtenu 10000 de celle du dénominateur 100000000 ; en sorte que j'ai trouvé pour racine carrée 5291/10000, qui signifie, en langage décimal, 0,5291 (§. 151).

J'ai eu pour reste 5319/100000000.

Pour faire la preuve, j'ai carré 5291/10000 ; j'ai obtenu pour carré 27994681/100000000 ; j'ai ajouté au carré le reste 5319/100000000, et j'ai retrouvé le nombre proposé 0,28 en divisant le numérateur et le dénominateur par 100000000, ce qui ne change pas la valeur de la fraction ; d'où je conclus que l'opération est juste.

Exercices.

Extraire la racine carrée de

1°. 0, 249 à moins d'1 dix-millième près.
2°. 0, 54 à moins d'1 cent-millième près.
3°. 0, 2 à moins d'1 millionième près.
4°. 0, 8 à moins d'1 billionième près.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE DES NOMBRES ENTIERS.

289. Pour extraire la racine cubique d'un nombre, il est nécessaire, avant tout, de savoir par cœur les cubes des 9 premiers nombres. Les voici :

Qu'est-il nécessaire, avant tout, de savoir par cœur, pour extraire la racine du cubique d'un nombre?

Nombres.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Cubes.	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.

290. Le cube d'un nombre entier quelconque est égal au cube d'un nombre qui a une unité de moins, plus le triple carré du moindre nombre, plus 3 fois le même nombre, plus 1.

De combien le cube d'un nombre entier surpasse-t il le cube d'un autre nombre entier moindre d'une unité?

Ce principe sera démontré dans l'algèbre, et sert à éviter de donner à une racine cubique une unité de trop.

291. Lorsqu'un nombre n'est pas un cube parfait, sa racine cubique s'appelle nombre *irrationnel* ou *incommensurable*.

Lorsqu'un nombre n'est pas un cube parfait, comment s'appelle sa racine cubique?

292. Le §. 289 fait connaître que le cube de chacun des 9 premiers nombres ne peut avoir plus de 3 chiffres.

Combien chacun des neuf premiers nombres est-il susceptible d'avoir de chiffres à son cube?

293. Tout nombre composé de plus de 3 chiffres en a nécessairement 2 à sa racine cubique; car 1000, qui est le plus petit des nombres de 4 chiffres, a pour racine cubique 10.

Combien un nombre composé de plus de trois chiffres en a-t-il à sa racine cubique?

294. Tout nombre qui n'a que 6 chiffres, ne peut en avoir plus de 2 à sa racine cubique ; car 100, qui est le plus petit des nombres de 3 chiffres, a à son cube 1000000.

Combien un nombre qui n'a que six chiffres en a-t-il à sa racine cubique?

Combien un nombre qui a plus de trois chiffres et qui n'en a pas plus de six, en a-t-il à sa racine cubique?

295. Donc tout nombre qui a plus de 3 chiffres et qui n'en a pas plus de 6, en a 2 à sa racine cubique.

Combien un nombre composé de plus de six chiffres en a-t-il à sa racine cubique?

296. Tout nombre composé de plus de 6 chiffres en a 3 à sa racine cubique; car 1000000, qui est le plus petit des nombres de 7 chiffres, a pour racine cubique 100.

Un nombre qui n'a que neuf chiffres, combien en a-t-il à sa racine cubique?

297. Tout nombre qui n'a que 9 chiffres ne peut en avoir plus de 3 à sa racine cubique; car 1000, qui est le plus petit des nombres de 4 chiffres, a à son cube 1000000000.

Un nombre qui a plus de six chiffres et qui n'en a pas plus de neuf, combien en a-t-il à sa racine cubique?

298. Donc tout nombre qui a plus de 6 chiffres, et qui n'en a pas plus de 9, en a 3 à sa racine cubique.

Combien un nombre composé de plus de neuf chiffres en a-t-il à sa racine cubique?

299. Tout nombre composé de plus de 9 chiffres en a 4 à sa racine cubique; car 1000000000, qui est le plus petit des nombres de 10 chiffres, a pour racine cubique 1000.

Combien un nombre qui n'a que douze chiffres en a-t-il à sa racine cubique?

300. Tout nombre qui n'a que 12 chiffres ne peut en avoir plus de 4 à sa racine cubique; car 10000, qui est le plus petit des nombres de 5 chiffres, a à son cube 1000000000000.

Un nombre qui a plus de neuf chiffres et qui n'en a pas plus de douze, combien en a-t-il à sa racine cubique?

301. Donc tout nombre qui a plus de 9 chiffres, et qui n'en a pas plus de 12, en a 4 à sa racine cubique.

Combien un nombre quelconque a-t-il de chiffres à sa racine cubique?

302. L'analogie nous conduit à conclure que la racine cubique d'un nombre contient autant de chiffres que le nombre proposé renferme de tranches de 3 chiffres à partir de la droite, et que la dernière tranche à gauche peut n'avoir qu'un ou deux chiffres.

Pour pouvoir extraire la racine cubique d'un

nombre qui a plus de trois chiffres, il faut examiner la composition du cube d'un nombre qui a des dixaines et des unités. Nous y puiserons les moyens de revenir du cube d'un nombre à ce nombre même.

Soit proposé de faire le cube du nombre 24.

	24
	24
	96
	48
Carré de 24	576
	24
	2304
	1152
Cube de 24	13824

303. Puisque le cube d'un nombre est un produit où ce nombre est 3 fois facteur (§. 233), il s'ensuit que le cube d'un nombre a pour facteurs le carré de ce nombre plus ce nombre même, comme on le voit dans l'exemple ci-dessus.

Or, le carré d'un nombre qui a des dixaines et des unités se compose de 3 élémens (§. 241), savoir :

1°. Du carré des unités ;

2°. Du double produit des dixaines par les unités ;

3°. Du carré des dixaines.

304. Comme il faut, pour avoir le cube d'un

nombre, multiplier son carré par ce nombre même (§. 303), nous multiplierons les 3 élémens du carré d'un nombre qui a des dixaines et des unités, par les unités et les dixaines de ce nombre.

Nous commencerons donc par multiplier le carré des unités par les unités, ce qui nous donnera

1°. Le cube des unités.

Nous multiplions ensuite par les unités le double produit des dixaines par les unités, et nous trouvons

2°. Le double produit des dixaines par le carré des unités.

Nous procédons, après cela, à la multiplication du carré des dixaines par les unités, et nous obtenons pour produit

3°. Le carré des dixaines multiplié par les unités.

Vient ensuite la multiplication du carré des unités par les dixaines, ou (§. 26) la multiplication des dixaines par le carré des unités, ce qui donne

4°. Le produit des dixaines par le carré des unités.

Nous passons à la multiplication du double produit des dixaines par les unités par les dixaines, ou (§. 26) du double produit des dixaines par les dixaines par les unités, d'où résulte

5°. Le double carré des dixaines multiplié par les unités.

Enfin nous multiplions le carré des dixaines par les dixaines, ce qui donne

6°. Le cube des dixaines.

Dans ces 6 divers résultats, il y en a d'homogènes ; en sorte qu'en les résumant on peut réduire à 4 les élémens dont se compose le cube d'un nombre qui a des dixaines et des unités, savoir :

De combien d'élémens se compose le cube d'un nombre qui a des dixaines et des unités ?

1°. Le cube des unités.

. Le troisième résultat étant le carré des dixaines multiplié par les unités, et le cinquième le double carré des dixaines multiplié par les unités, forment, par leur réunion, le second élément, qui est alors

2°. Le triple carré des dixaines multiplié par les unités.

Le second résultat étant le double des dixaines multiplié par le carré des unités, et le quatrième, les dixaines multipliées par le carré des unités, forment, par leur réunion, le troisième élément, qui est par conséquent

3°. Le triple des dixaines multiplié par le carré des unités.

Enfin le sixième résultat fournit

4°. Le cube des dixaines.

Nous allons procéder maintenant à l'extraction de la racine cubique du nombre 13824, dont il a été question plus haut.

		$\sqrt[3]{13824}$	24
		8	24
12..		5824	24
4	48.. 2e. élément.		96
			48
6.	96. 3e. élément.	5824	576
16			24
	64 1er. élément.		2304
		Reste. 0000	1152
			Preuve. 13824

Puisque 13824 a 5 chiffres, sa racine cubique est composée de dixaines et d'unités (§. 295).

Le cube des dixaines étant un nombre de mille, puisqu'un nombre qui a un zéro à sa droite, et qui est 3 fois facteur, donne 3 zéros au produit (§. 28), il s'ensuit que le cube des dixaines ne peut faire partie des trois chiffres à droite, c'est-à-dire de 824; et que par conséquent le cube des dixaines de la racine est contenu dans la tranche à gauche 13.

J'extrais la racine cubique de 13, c'est 2; je place 2 à droite; je cube 2, ce qui me donne 8; je place 8 au-dessous de 13 pour l'en soustraire; je trouve pour reste 5, à côté duquel j'abaisse la tranche à droite 824, et j'obtiens 5824.

Ayant retranché le cube 8 des dixaines de la racine du nombre proposé 13824, le reste 5824 ne contient plus que les trois premiers élémens d'un cube, savoir : le triple carré des dixaines multiplié par les unités, le triple des dixaines multiplié par le carré des unités, et le cube des unités.

Il s'agit maintenant de chercher les unités de la racine.

Je place le triple carré 12 des dixaines 2 de la racine sur la même ligne horizontale à gauche que les 3 premiers élémens du nombre proposé, et je dis:

Le second élément ou triple carré des dixaines multiplié par les unités étant un nombre de centaines, puisqu'un nombre qui a un zéro à sa droite, et qui est deux fois facteur, donne deux

zéros au produit (§. 28), il s'ensuit que le triple carré des dixaines multiplié par les unités ne peut faire partie des 2 chiffres à droite, c'est-à-dire de 24.

Le second élément est donc contenu dans 58; mais, en outre des centaines qui lui sont propres, il peut en contenir et il en contient le plus souvent qui lui sont étrangères, et qui proviennent du triple des dixaines multiplié par le carré des unités, et même du cube des unités.

Si nous connaissions donc les unités de la racine, il nous serait aisé de dégager le second élément des centaines qui lui sont étrangères; mais nous pourrons arriver à cette connaissance moyennant la précaution qu'on va voir.

Comment cherche-t-on les unités de la racine dans l'extraction de la racine cubique d'un nombre?

On divise le second élément du nombre proposé par le triple carré des dixaines de la racine. Par le carré du quotient on multiplie le triple des dixaines de la racine, et l'on cube ce quotient. On retranche ensuite du second élément les centaines qui résultent de cette multiplication et de ce cube, et l'on divise de nouveau le second élément, ainsi diminué par le triple carré des dixaines de la racine; le quotient sera le véritable chiffre des unités de la racine; puisque (§. 47), en divisant un produit par un de ses 2 facteurs, on doit trouver l'autre facteur; si cependant le dernier quotient était au-dessus du 9, il faudrait adopter 9, mais ce cas est très rare.

Dans l'exemple qui nous occupe, en divisant le second élément 58 du nombre proposé par le

triple carré 12 des dixaines 2 de la racine, nous avons trouvé pour quotient 4; et, réunissant les 10 dixaines provenues de la multiplication du triple des dixaines de la racine par le quotient 4, savoir 960, et du cube de 4, savoir 64, ce qui fait 1024, nous avons retranché ces 10 dixaines du second élément 58, d'où est résulté 48; en divisant 48 par le triple carré 12 des dixaines de la racine 2, nous avons encore trouvé le même quotient 4.

Fesant ensuite les 3 premiers élémens, savoir:

Le triple carré des dixaines multiplié par les unités........................ 4800

Le triple des dixaines multiplié par le carré des unités.................... 960

Le cube des unités................ 64

nous avons trouvé.................. 5824

qui, étant retranchés des trois premiers élémens du nombre proposé, laissent pour reste zéro; ce qui prouve non seulement que l'opération est juste, mais encore que le nombre 13824 est un cube parfait.

Comment fait-on ordinairement la preuve de l'extraction de la racine cubique?

Nous avons donné, par surabondance, une nouvelle preuve en cubant la racine trouvée 24; c'est celle que l'on donne ordinairement lorsque le cube n'est pas parfait.

On a pu remarquer que les zéros sont remplacés par des points dans la composition des élémens.

Quels sont les élémens dont se compose le cube d'un nombre qui a un nombre quelconque de chiffres?

305. Un nombre quelconque pouvant toujours être considéré comme composé de dixaines et d'unités, quel que soit le nombre de ses chiffres, conformément à ce qui a été dit au

§. 260, le cube d'un nombre qui a plus d'un chiffre renfermera toujours les quatre élémens mentionnés ci-dessus.

306. Et les chiffres trouvés de la racine cubique seront toujours considérés comme des dixaines, tant qu'il restera un chiffre à chercher.

Comment doivent être considérés les chiffres trouvés de la racine cubique, tant qu'il en restera un à chercher?

		$\sqrt[3]{7,821,346,621}$	1984
		1	
		6821	
3.. / 9	27.. 2e. élément.		1984
3. / 81	243. 3e. élément.	5859	1984
			7936
	729 1er. élément.		15872
			17856
1083.. / 8	8664.. 2e. élément.	962346	1984
			3936256
57. / 64	3648. 3e. élément.	903392	1984
	512 1er. élément.		15745024
			31490048
117612.. / 4	470448.. 2e. élément.	58954621	35426304
			3936256
594. / 16	9504.. 3e. élément.	47139904	7809531904
			11814717
	64 1er. élément.		Preuve. 7821346621
		Reste. 11814717	

Le nombre 7821346621 ayant 10 chiffres, j'en conclus (§. 301) que sa racine cubique a 4 chiffres.

Je ne considère d'abord que les 2 dernières tranches à gauche, et je dis:

Puisque le nombre 7821 a 2 tranches, la racine cubique a des dixaines et des unités (§. 295).

Le cube des dixaines de la racine étant un nombre de mille (§. 303), il s'ensuit que le cube des dixaines de la racine ne peut faire partie des 3 chiffres à droite, c'est-à-dire de 821,

De quel ordre est le cube des dixaines de la racine?

et que par conséquent le cube des dixaines de la racine est contenu dans la tranche à gauche 7.

J'extrais la racine cubique de 7; c'est 1. Je place 1 à droite. Je cube 1; ce qui me donne 1. Je place 1 au-dessous de 7 pour l'en soustraire; je trouve pour reste 6, à côté duquel j'abaisse la tranche à droite 821, et j'obtiens 6821.

Ayant retranché du nombre 7821 le cube 1 des dixaines de la racine, le reste 6821 ne contient plus que les 3 premiers élémens d'un cube, savoir:

Le triple carré des dixaines multiplié par les unités,

Le triple des dixaines multiplié par le carré des unités,

Et le cube des unités.

Quel est l'élément au moyen duquel on trouve les unités de la racine cubique?

C'est au moyen du second élément, c'est-à-dire du triple carré des dixaines multiplié par les unités, que l'on trouve les unités de la racine.

De quel ordre est le carré des dixaines de la racine?

Et comme le carré des dixaines est un nombre de centaines, c'est au moyen de 68 que l'on trouve les unités de la racine.

Si 68 ne contenait pas de centaines étrangères au second élément, il suffirait de diviser 68 par le triple carré des dixaines pour obtenir les unités de la racine, puisque (§. 47) en divisant un produit par l'un de ses 2 facteurs on a pour quotient l'autre facteur; or, les 2 facteurs du second élément sont, l'un le triple carré des dixaines de la racine, l'autre les unités de la racine.

Nous allons donc nous attacher à découvrir quelles sont les centaines de 68 qui sont étrangères au second élément.

D'abord, pour que 68 n'eût pas de centaines étrangères au second élément, il faudrait au moins qu'en divisant 68 par le triple carré des dixaines de la racine, on n'eût pas un quotient supérieur à 9, puisque les unités de la racine ne peuvent avoir plus d'un chiffre, et que c'est cependant les unités de la racine que l'on doit trouver par cette division, lorsque le second élément est dégagé de ce qui lui est étranger.

Donc, si en divisant 68 par le triple des dixaines de la racine on trouve un quotient plus fort que 9, on adoptera provisoirement 9 pour les unités de la racine.

Ensuite on multipliera le triple 3 des dixaines 1 (1) de la racine par le carré 81 des unités provisoires 9 de la racine, ce qui donnera pour produit 243 dixaines, troisième élément.

On cubera après cela les unités provisoires 9, et l'on obtiendra 729, premier élément.

Ajoutant 729 à 243 dixaines, on trouvera pour somme 3159.

On voit donc que le troisième et le premier élément ont fourni 31 centaines qui sont allées se combiner avec le second élément, et que par conséquent il faut les en soustraire pour diviser ensuite le reste par le triple carré des dixaines.

(1) Quoiqu'il ne soit guère grammatical de dire les dixaines 1 de la racine, j'ai dû employer cette forme pour que l'expression restât générale.

Dans le cas actuel, en soustrayant 31 centaines de 68, il reste 37 centaines, qui, étant divisées par le triple carré des dixaines 1, donnent pour quotient 12 avec un reste 1.

Comme le quotient ne peut être supérieur à 9 lorsque le second élément ne renferme pas de dixaines étrangères; j'en conclus qu'en outre des centaines provenant du troisième et du premier élément, le second élément contient encore 10 centaines qui proviennent de l'excès du nombre 7821 sur le cube de 19, et j'adopte définitivement 9 pour unités de la racine.

Il est rare qu'après avoir dégagé le second élément des centaines que lui ont apportées le troisième et le premier élément, on trouve encore un quotient supérieur à 9; mais j'ai choisi cet exemple pour que l'on ne puisse trouver de difficultés dans un cas quelconque.

L'on peut, sans hésiter, adopter 9 lorsque le second quotient est encore supérieur à 9.

Ayant adopté 9 pour les unités de la racine, j'ai multiplié par 9 le triple carré 3 des dixaines 1 de la racine; j'ai obtenu pour produit 27 centaines.

J'ai ensuite multiplié le triple 3 des dixaines 1 de la racine par le carré 81 des unités 9 de la racine, ce qui m'a donné 243 dixaines pour produit.

Enfin j'ai cubé 9, d'où est résulté 729.

Ces 3 différens produits font ensemble 5859 que j'ai retranché de 6821.

J'ai eu pour reste 962.

Si je n'avais à extraire que la racine cubique de 7821, en cubant la racine trouvée 19, et ajoutant au cube le reste 962, je retrouverais le nombre 7821.

Si, au lieu de ne considérer dans le nombre proposé 7821346321 que 7821, je considère 7821346, je dois trouver à la racine cubique 3 chiffres (§. 298).

Comme j'en ai déjà trouvé 2, savoir, 19, il ne me reste plus à en trouver qu'un ; je dois donc regarder les deux obtenus comme exprimant les dixaines de la racine.

A côté du reste 962 je descends donc la tranche 346, et je regarde 962346 comme contenant les 3 premiers élémens du nombre 7821346. Le second élément, savoir : le triple carré des dixaines multiplié par les unités, est contenu dans 9623. Je divise donc 9623 par le triple carré 1083 des dixaines 19 de la racine, le quotient 8 est les unités de la racine.

Je place 8 à la racine.

Je multiplie par 8 le triple carré 1083 des dixaines 19 de la racine, ce qui me donne 8664 centaines pour produit.

Je multiplie ensuite le triple 57 des dixaines 19 de la racine par le carré 64 des unités 8 de la racine, et j'obtiens pour produit 3648 dixaines.

Enfin, je cube les unités 8, ce qui me donne 512.

Ces trois différens produits font ensemble 903392, que je retranche de 962346.

J'ai pour reste 58954.

Si je n'avais à extraire que la racine cubique de 7821346, en cubant la racine trouvée 198, et ajoutant au cube le reste 58954, je retrouverais le nombre 7821346.

Si, au lieu de ne considérer dans le nombre proposé 7821346621 que 7821346, je considère le nombre proposé lui-même, je dois trouver à sa racine cubique 4 chiffres (§. 301).

Comme j'en ai déjà trouvé 3, savoir : 198, il ne me reste plus à en trouver qu'un; je dois donc regarder les 3 obtenus comme exprimant les dixaines de la racine.

A côté du reste 58954 je descends donc la tranche 621, et je regarde 58954621 comme contenant les 3 premiers élémens du nombre 7821346621. Le second élément, savoir : le triple carré des dixaines par les unités, est contenu dans 589546; je divise donc 589546 par le triple carré 117612 des dixaines 198 de la racine; le produit 4 est les unités de la racine.

Je place 4 à la racine.

Je multiplie par 4 le triple carré 117612 des dixaines 198 de la racine, ce qui me donne 470448 centaines pour produit.

Je multiplie ensuite le triple 594 des dixaines 198 de la racine par le carré 16 des unités 4 de la racine, et j'obtiens pour produit 9504 dixaines.

Enfin, je cube les unités 4, ce qui me donne 64.

Ces trois différens produits font ensemble 47139904, que je retranche de 58954621.

J'ai pour reste 11814717.

Je cube la racine 1984; j'obtiens 7809531904; j'ajoute à ce cube le reste 11814717, et je retrouve le nombre proposé 7821346621; en sorte que mon opération est juste.

On ne doit pas oublier que les points que l'on voit au tableau de l'opération tiennent lieu de zéros.

Exercices.

Extraire la racine cubique de
1°. 7895.
2°. 945785.
3°. 7895784.
4°. 857945789.
et faire la preuve.

On aura soin, dans l'extraction de la racine cubique de ces nombres, d'indiquer quelles sont les centaines étrangères au second élément, et d'où elles viennent.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE DES NOMBRES ENTIERS PAR APPROXIMATION.

307. Ce que nous avons dit aux §§. 273, 274, 275, 276 et 277, s'applique aussi, par analogie, à l'extraction de la racine cubique des nombres entiers par approximation.

308. Pour extraire la racine cubique d'un nombre entier par approximation, on le transforme en expression fractionnaire (§. 81), en lui donnant pour dénominateur le chiffre 1, suivi à droite de trois fois autant de zéros que l'indique

Comment procède-t-on pour extraire la racine cubique d'un nombre entier par approximation?

l'approximation que l'on veut avoir en fraction décimale.

Quand dans l'extraction de la racine cubique on veut avoir une exactitude à moins d'1 millième près, que fait-on?

309. Ainsi, si l'on veut avoir une exactitude à moins d'1 millième près, on multiplie le nombre proposé par 1 billion; le produit sera le numérateur d'une expression fractionnaire dont le dénominateur est 1 billion.

Il ne s'agira plus alors que d'extraire la racine cubique du numérateur et du dénominateur.

Qu'est-ce que cuber une expression fractionnaire ou une fraction?

310. Car cuber une expression fractionnaire ou une fraction, c'est multiplier cette expression fractionnaire ou cette fraction 2 fois par elle-même, c'est-à-dire la rendre 3 fois facteur.

311. Donc pour en extraire la racine cubique il faut extraire la racine cubique du numérateur et celle du dénominateur.

Pour comprendre le §. 309, on n'a qu'à réfléchir qu'un produit doit avoir, à la droite de son dernier chiffre significatif, autant de zéros qu'en contiennent ensemble tous les facteurs qui entrent dans ce produit (§. 28.).

Si la racine cubique a trois zéros à la droite de son dernier chiffre significatif, combien le cube doit-il en avoir?

Or, la racine cubique est trois fois facteur dans le cube; donc, si la racine cubique a 3 zéros à la droite de son dernier chiffre significatif, le cube doit avoir 9 zéros à la droite de son dernier chiffre significatif.

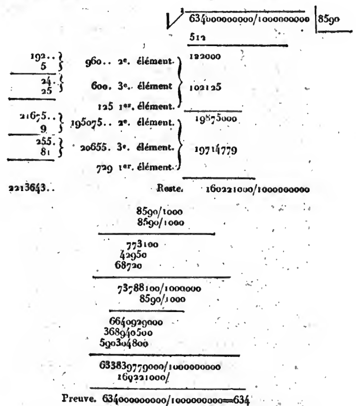
Donc, si la racine cubique est 1000, le cube doit être 1 billion; car 1000 a trois zéros à droite du chiffre significatif 1.

Soit proposé d'extraire la racine cubique de 634 à moins d'1 millième près.

Puisque je veux avoir des millièmes à la ra-

cine cubique, je dois transformer 634 en billioniėmes, c'est-à-dire (§. 81) multiplier 634 par un billion; le produit sera le numérateur de l'expression fractionnaire dont 1000000000 sera le dénominateur.

L'extraction de la racine cubique de 634 à moins d'1 millième près se présentera donc sous cette forme



L'extraction de la racine cubique du numérateur 634000000000 m'a donné 8590; j'ai obtenu 1000 de celle du dénominateur 1000000000;

en sorte que j'ai trouvé pour racine cubique 8590/1000, qui signifie, en langage décimal, 8,590 (§. 151).

J'ai obtenu pour reste 160221000/1000000000.

Pour faire la preuve, j'ai cubé 8590/1000; j'ai obtenu pour cube 633839779000/1000000000; j'ai ajouté au cube le reste 160221000/1000000000, et j'ai retrouvé 634 en divisant le numérateur et le dénominateur par 1 billion, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire (§. 87); d'où je conclus que l'opération est juste.

Avant d'écrire à la racine cubique les unités, que doit-on faire?

312. Avant d'écrire à la racine cubique les unités à mesure que l'on passe d'une tranche à une autre (car après avoir trouvé le premier chiffre, chaque nouveau chiffre trouvé est regardé comme le chiffre des unités de la racine, jusqu'à ce que l'on soit arrivé à la tranche suivante), il convient de dégager le second élément des centaines qui lui sont étrangères; car, à partir du troisième chiffre de la racine inclusivement, chaque chiffre est susceptible d'avoir une unité de trop, si l'on ne prend cette précaution.

Quant au second chiffre, nous avons déjà vu qu'il pouvait avoir plusieurs unités de trop, si on ne dégageait le second élément des centaines qui lui sont étrangères avant de faire la division.

Dans le cas actuel, le second chiffre, au lieu d'être 5, serait 6, si on n'excluait du second élément les centaines qui ne lui appartiennent pas.

Le second élément 160221.. ne contenant pas le second élément 2213643.., cette circons-

tance fait connaître qu'il n'y a pas d'unités à la racine cubique, et par conséquent l'on met zéro à la place des unités de la racine.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE DES NOMBRES ENTIERS ACCOMPAGNÉS DE FRACTIONS DÉCIMALES.

Comment procède-t-on pour extraire la racine cubique des nombres entiers accompagnés de fractions décimales?

313. On extrait la racine cubique des nombres entiers accompagnés de fractions décimales en transformant le tout en expression fractionnaire qui ait pour dénominateur le chiffre 1 suivi d'autant de zéros qu'il en faut pour faire le cube de l'ordre décimal que l'on veut avoir à la racine.

Pour avoir à la racine cubique des nombres entiers accompagnés de fractions décimales une exactitude à moins d'1 dix-millième près, que fait-on?

Ainsi, si l'on veut avoir une exactitude à moins d'1 dix-millième près, il faut ajouter, à la droite du nombre proposé, assez de zéros pour qu'il y ait 12 chiffres décimaux, parce qu'alors le dénominateur aura 13 chiffres décimaux (§. 62), et sera par conséquent un trillion, qui est le cube de 10000.

Soit proposé d'extraire la racine cubique de 42,4578 à moins d'1 dix-millième près.

Comme le nombre proposé a 4 chiffres décimaux, il faudra ajouter 8 zéros à sa droite, ce qui ne changera pas la valeur de la fraction 0,4578 (§. 172).

Ensuite on multipliera le nombre proposé par un trillion, ce qui se fait par la seule suppression de la virgule; et pour lui rendre sa valeur, on lui donnera pour dénominateur un trillion. Il ne s'agira donc plus que d'extraire la racine cubique du numérateur et du dénominateur.

Ainsi l'extraction de la racine cubique de 42 entiers 4578 dix-millièmes se présentera sous cette forme :

```
                                     ∛ 4245780000000/1000000000000 | 34886
                                       27
  27.. }                                 15457
   4   }     108.. 2e. élément.  )
  9.   }     144.  3e. élément.  } 12304
  16   }      64 1er. élément.   )
                                        3153800
 3468.. }   27744.. 2e. élément.  )
    8   }
  102.  }    6528.  3e. élément.  }  2840192
   64   }     512 1er. élément.   )
                                        313608000
 363312.. }  2906496.. 2e. élément. )
     8    }
  1044.   }   66816.  3e. élément.  }  291318272
    64    }     512 1er. élément.   )
                                        22289728000
 36498432.. } 218990592.. 2e. élément. )
      6     }
  104658.   }  376704.  3e. élément.   }  21902826456
     36     }     216 1er. élément.    )
                         Reste.   386901544/1000000000000

                   34886/10000
                   34886/10000
                   209316
                  279088
                 279088
                139544
               104658
               1217032996/100000000
                  34886/10000
              7302197976
             9736263968
            9736263968
           4868131984
          3651098988
          42457413098456/1000000000000
             386901544
 Preuve. 42457800000000/1000000000000 = 42,4578
```

L'extraction de la racine cubique du numérateur 4245780000000 m'a donné 34886;

j'ai obtenu 10000 de celle du dénominateur 1000000000000, en sorte que j'ai trouvé pour racine cubique 34886/10000, qui signifie, en langage décimal, 3,4886 (§. 151).

J'ai obtenu pour reste

3869o1544/1000000000000.

Pour faire la preuve, j'ai cubé 34886/10000; j'ai ajouté au cube le reste

3869o1544/1000000000000, et j'ai retrouvé 42,4578 en divisant le numérateur et le dénominateur par 1 trillion, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire (§. 87); d'où je conclus que l'opération est juste.

Exercices.

Extraire la racine cubique de

1°. 54,85 à moins d'1 millième près.

2°. 8,329 à moins d'1 dix-millième près.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE DES FRACTIONS DÉCIMALES.

314. On extrait la racine cubique d'une fraction décimale en transformant la fraction décimale en une autre qui ait pour dénominateur le chiffre 1 suivi d'autant de zéros qu'il en faut pour former le cube de l'ordre décimal que l'on veut avoir à la racine; en sorte que l'on ajoute, à la droite du numérateur, le nombre de zéros nécessaire pour que le numérateur ait autant de chiffres décimaux que le dénominateur a de zéros; or, cette adjonction de zéros ne change pas la valeur de la fraction (§. 172).

Comment procède-t-on pour extraire la racine cubique d'une fraction décimale?

Quand, pour extraire la racine cubique d'une fraction décimale l'on veut avoir une exactitude à moins d'1 millième près, que fait-on ?

Ainsi, si l'on veut avoir une exactitude à moins d'1 millième près, il faut ajouter à la droite du nombre proposé assez de zéros pour qu'il y ait 9 chiffres décimaux, parce qu'alors le dénominateur aura 10 chiffres décimaux (§. 62), et sera par conséquent 1 billion qui est le cube de 1000.

Soit proposé d'extraire la racine cubique de 0,453 à moins d'1 millième près.

Comme la fraction proposée a 3 chiffres décimaux, il faudra ajouter 6 zéros à sa droite, ce qui ne changera pas la valeur de la fraction 0,453 (§. 172).

L'extraction de la racine cubique de 0,453 à moins d'1 millième près, se présentera donc sous cette forme :

```
                                        ∛ 453000000/1000000000 | 768
                                          343
 147.. }  882.. 2e. élément.  }           110000
   6   }                      }
 -----                        }
  21.  }  756. 3e. élément.   }           95976
  36   }  216  1er. élément.  }
                                          --------
 17328.. } 138624.. 2e. élément. }        14024000
     8   }                       }
 -------                         }
  228.   }  14592. 3e. élément.  }        14008832
   64    }  512  1er. élément.   }
                                          --------
                              Reste.      15168

                                           768/1000
                                           768/1000
                                         -------------
                                          6144
                                         4608
                                        5376
                                        ----------------
                                        589824/1000000
                                           768/1000
                                        ----------------
                                       4718592
                                      3538944
                                     4128768
                                     ----------------------
                                     452984832/1000000000
                                         15168/
                                     ----------------------
                      Preuve.  453000000/1000000000=0,453
```

L'extraction de la racine cubique du numérateur 453000000 m'a donné 768; j'ai obtenu 1000 de celle du dénominateur 1000000000; en sorte que j'ai trouvé pour racine cubique 768/1000, qui signifie, en langage décimal, 0,768 (§. 151).

J'ai obtenu pour reste 15168/1000000000.

Pour faire la preuve, j'ai cubé 768/1000; j'ai obtenu pour cube 452984832/1000000000; j'ai ajouté au cube le reste 15168/1000000000, et j'ai retrouvé 0,453 en divisant le numérateur et le dénominateur par 1000000000, ce qui ne change pas la valeur de la fraction (§. 87); d'où je conclus que l'opération est juste.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE DES FRACTIONS VULGAIRES.

315. Ce que nous avons dit de l'extraction de la racine carrée des fractions vulgaires s'applique à l'extraction de la racine cubique des fractions vulgaires.

316. Et comme pour carrer une fraction on multiplie numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur, de même, pour cuber une fraction, on multiplie son carré par la fraction elle-même.

317. Donc, pour extraire la racine cubique d'une fraction vulgaire, il faut extraire la racine cubique du numérateur et celle du dénominateur.

Il peut arriver trois cas.

1°. Ou les deux termes de la fraction sont des cubes parfaits;

2°. Ou des deux termes de la fraction il n'y a que le dénominateur qui soit un cube parfait;

3°. Ou ni l'un ni l'autre terme n'est un cube parfait.

Le premier cas n'a pas besoin d'explication.

Comment effectue-t-on l'extraction de la racine cubique d'une fraction vulgaire, lorsque le dénominateur est un cube parfait?

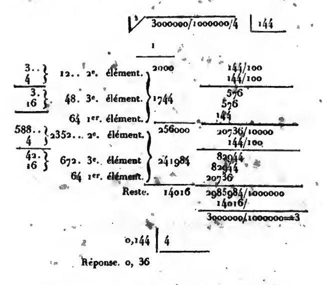
318. Quant au second cas, c'est-à-dire lorsque le dénominateur est un cube parfait, on transforme le numérateur en expression fractionnaire décimale qui ait pour dénominateur le cube de l'ordre décimal que l'on veut avoir à la racine.

Cette préparation faite, l'on extrait la racine cubique de l'expression fractionnaire, et l'on divise le résultat par la racine cubique du dénominateur de la fraction vulgaire proposée.

Soit proposé d'extraire la racine cubique de 3/64 à moins d'1 centième près.

319. Je commence par transformer le numérateur 3 en expression fractionnaire qui ait pour dénominateur le cube de 100 (§. 318), c'est-à-dire 1000000, et je trouve 3000000/1000000. J'extrais la racine cubique du numérateur 3000000, et ensuite celle du dénominateur 1000000; le résultat sera divisé par la racine cubique 4 du dénominateur 64 de la fraction vulgaire proposée.

En sorte que l'extraction de la racine cubique de 3/64 à moins d'1 centième près se présentera sous cette forme:



L'extraction de la racine cubique du numérateur 3000000 m'a donné 144; j'ai obtenu 100 de celle du dénominateur 1000000, en sorte que j'ai trouvé pour racine cubique de 3000000/1000000 la racine 144/100, qui signifie en langage décimal 1,44 (§. 151).

Pour faire la preuve, j'ai cubé 144/100; j'ai obtenu pour cube 2985984/1000000; j'ai ajouté au cube le reste 14016/1000000 et j'ai retrouvé 3 en divisant le numérateur et le dénominateur par 1000000, ce qui ne change pas la valeur de l'expression fractionnaire (§. 87); d'où je conclus que l'opération est juste.

J'ai donc trouvé 1,44 pour l'extraction de la racine cubique du numérateur 3 à moins d'1 centième près. Divisant 1,44 par la racine cubique 4 du dénominateur 64 de la fraction pro-

posée 3/64, j'ai trouvé 0,36, c'est-à-dire 36 centièmes.

Lorsque ni le numérateur ni le dénominateur d'une fraction vulgaire n'est un cube parfait, que fait-on pour extraire la racine cubique de la fraction?

320. Lorsque ni le numérateur ni le dénominateur n'est un cube parfait, on multiplie les deux termes de la fraction vulgaire par le carré du dénominateur, ce qui ne change pas la valeur de la fraction (§. 85).

Par cette préparation le dénominateur est devenu un cube parfait, en sorte que l'extraction de la racine cubique rentre dans le cas précédent.

321. Pour extraire la racine cubique d'une fraction vulgaire, on peut aussi commencer par transformer la fraction en fraction décimale, selon la règle qui a été donnée au §. 219.

Il ne s'agit plus après cela que de se conformer à ce qui a été dit au §. 314.

Exercices.

Extraire la racine cubique de

1°. 8/69 à moins d'1 centième près.
2°. 3/53 à moins d'1 millième près.
3°. 64/125.
4°. 7/25 à moins d'1 dix-millième près.

NOTIONS GÉNÉRALES SUR LES RAPPORTS ET PROPORTIONS.

Qu'appelle-t-on *rapport* ou *raison*?

322. On appelle *rapport* ou *raison* le résultat que l'on trouve en comparant entre eux deux nombres ou deux quantités.

De combien de manières peut-on comparer deux nombres entre eux?

323. On peut comparer entre eux deux nombres de deux manières.

324. 1°. En cherchant de combien l'un surpasse l'autre, ou quelle différence existe entre le plus petit et le plus grand.

Lorsque l'on compare deux nombres entre eux pour savoir de combien l'un surpasse l'autre, comment s'appelle le résultat, et comment s'appelait-il anciennement?

Cette différence s'appelle *rapport* ou *raison par différence.*

On l'appelait autrefois *rapport* ou *raison arithmétique.*

325. 2°. En divisant le plus grand par le plus petit, ou le plus petit par le plus grand.

Lorsque l'on compare deux nombres entre eux pour savoir combien de fois l'un contient l'autre, comment s'appelle le résultat, et comment s'appelait-il anciennement?

Le résultat que l'on trouve s'appelle *rapport par quotient*, ou simplement *rapport* ou *raison.*

On l'appelait autrefois *rapport* ou *raison arithmétique.*

326. Lorsqu'on n'accompagne les mots *rapport* ou *raison* d'aucune autre désignation, on entend ordinairement le *rapport* ou la *raison par quotient.*

Lorsqu'on n'accompagne les mots *rapport* ou *raison* d'aucune autre désignation, qu'entend-on ordinairement par là?

Le rapport par différence entre 8 et 5 est 3.

Le rapport par quotient entre 12 et 3 est 4 ou 3/12, selon que l'on divise 12 par 3, ou 3 par 12.

327. Tout rapport, soit par différence, soit par quotient, se compose de deux termes.

De combien de termes se compose tout rapport soit par différence, soit par quotient?

Le premier s'appelle l'*antécédent*, le second le *conséquent.*

Comment s'appellent le premier et le second terme d'un rapport?

328. Lorsque deux rapports par différence sont égaux, ils forment ensemble une proportion appelée *par équi-différence*, comme représentant deux différences égales.

Lorsque deux rapports par différence sont égaux, que forment-ils ensemble?

On l'appelait anciennement *proportion arithmétique.*

Comment appelait-on anciennement une proportion par équi-différence?

Ainsi, les nombres 7 et 12, 15 et 20, forment

une proportion *par équi-différence*, dont le premier rapport a pour termes 7 et 12, le second 15 et 20, et dont la raison commune est 5.

On les écrit ainsi :

7.12 : 15.20,

en plaçant un point entre le premier et le second terme, deux points entre le second et le troisième, et un point entre le troisième et le quatrième.

On les énonce de la manière suivante :

7 est à 12 comme 15 est à 20.

Ce qui signifie que 12 surpasse 7 d'autant d'unités que 20 surpasse 15.

Comment s'appellent le premier et le troisième terme d'une proportion ?

329. Le premier et le troisième terme d'une proportion par équi-différence se nomment les *antécédens*.

Comment s'appellent le second et le quatrième terme d'une proportion ?

Le second et le quatrième terme s'appellent les *conséquens*.

Comment s'appellent le premier et le dernier terme d'une proportion ?

330. Le premier et le dernier terme d'une proportion par équi-différence s'appellent *les extrêmes*.

Comment se nomment le second et le troisième terme d'une proportion ?

Le second et le troisième terme se nomment *les moyens*.

Lorsque deux rapports par quotient sont égaux, que forment-ils ensemble ?

331. Lorsque deux rapports par quotient sont égaux, ils forment ensemble une proportion appelée *par quotient* ou simplement *proportion*.

Comment une proportion par quotient s'appelait-elle anciennement ?

On l'appelait anciennement *proportion géométrique*.

Soient par exemple 12, 4, 27, 9; le rapport de 12 à 4, ou le quotient de 12 divisé par 4 étant 3, et celui de 27 à 9 étant 3 aussi, ces quatre

nombres forment une proportion par quotient que l'on divise ainsi :

12 : 4 : : 27 : 9

en plaçant deux points entre le premier et le second, et quatre points entre le second et le troisième, et deux entre le troisième et le quatrième.

On l'énonce comme une proportion par équi-différence.

12 est à 4 comme 27 est à 9,

Ce qui signifie que 12 divisé par 4 donne le même quotient que 27 divisé par 9, ou que 4 divisé par 12 donne le même quotient que 9 divisé par 27.

On peut donc aussi l'écrire sous cette forme :

$$12/4 = 27/9$$

ou

$$4/12 = 9/27.$$

332. Les dénominations des termes d'une proportion par quotient sont les mêmes que celles des termes d'une proportion par équi-différence.

Ainsi 12 et 27 sont les *antécédens* ; 4 et 9 sont les conséquens.

12 et 9 sont appelés *les extrêmes;* 4 et 27 sont appelés *les moyens*.

DES PROPORTIONS PAR ÉQUI-DIFFÉRENCE.

333. *Propriété fondamentale*. Dans toute proportion par équi-différence la somme des extrêmes est égale à celle des moyens. Quelle est la propriété fondamentale des proportions par équi-différence

Soit la proportion par équi-différence

$$7.5 : 11.9.$$

Puisque (§. 328) 2 est la différence commune entre 7 et 5, 11 et 9; nous pouvons substituer à 7 le nombre 5 avec la différence 2, et à 11 le nombre 9 avec la différence 2, en sorte que nous aurons

$$5+2.5 : 9+2.9.$$

Ajoutant les extrêmes 5+2+9, et les moyens 5+9+2, il est évident qu'on aura la même somme 16 pour les extrêmes et pour les moyens, puisque les termes additifs sont identiques.

Comment prouve-t-on dans une proportion par équi-différence que la somme des extrêmes est égale à celle des moyens?

334. Cette opération pouvant être généralisée, il s'ensuit que pour prouver que dans une proportion par équi-différence, la somme des extrêmes est égale à celle des moyens, il n'y a qu'à décomposer le plus grand terme de chaque rapport en deux nombres, savoir : le plus petit terme et la différence commune aux deux rapports, puisque de cette manière chaque somme sera formée de trois nombres identiques.

Dans l'exemple ci-dessus les antécédens se sont trouvés plus grands que les conséquens; le raisonnement serait le même si les antécédens étaient plus petits que les conséquens.

Lorsque l'on a quatre nombres, dont la somme des extrêmes est égale à celle des moyens, que s'ensuit-il?

335. La proposition réciproque de celle du §. 333 est également vraie, c'est-à-dire que si l'on a quatre nombres dont la somme des extrêmes soit égale à celle des moyens, ces quatre nombres forment une proportion par équi-différence.

336. Il résulte de la propriété du §. 333, que connaissant trois termes d'une proportion par équi-différence, on obtient le quatrième, si c'est un extrême, en retranchant de la somme des moyens l'extrême connu; et si c'est un moyen, en retranchant de la somme des extrêmes le moyen connu.

Lorsqu'on connaît trois termes d'une proportion par équi-différence, comment obtient-on le quatrième ?

Exemple.

Soit la proportion par équi-différence

$$12.9 : 6.x \ (1)$$

x étant égal à $6+9-12$ (§. 333), pour trouver la valeur de x, j'ajoute 6 à 9, ce qui me donne 15, dont je retranche 12, et j'obtiens pour différence 3, qui est l'extrême cherché.

337. On appelle *proportion continue par équi-différence* (anciennement *proportion arithmétique continue*) celle dont les deux moyens sont égaux.

Qu'appelle-t-on proportion continue par équi-différence, et comment l'appelait-on anciennement ?

Ainsi 6.15 : 15.24 est une proportion continue par équi-différence, dont la raison est 9.

338. En vertu de la propriété du §. 333, dans une proportion continue par équi-différence, le double d'un des moyens est égal à la somme des extrêmes, et par conséquent l'un des deux moyens est égal à la demi-somme des extrêmes.

A quoi, dans une proportion continue par équi-différence, le double d'un moyen est-il égal ?

L'usage veut que dans une proportion continue par équi-différence, on n'écrive que trois termes en supprimant un des moyens que l'on

Combien l'usage exige-t-il que dans une proportion continue par équi-différence ou écrive de termes ?

(1) x désigne le terme inconnu.

remplace par un trait horizontal au-dessus et au-dessous duquel on met un point, et qui s'écrit en tête de la proportion.

Comment écrit-on une proportion continue par équi-différence?

La proportion 6.15 : 15.24 s'écrira donc de cette manière

÷ 6.15.24

et l'on articulera deux fois le terme moyen comme suit :

6 est à 15 comme 15 est à 24.

Comment, dans une proportion continue par équi-différence, appelle-t-on le terme moyen ?

339. Dans une proportion continue par équi-différence, le terme moyen s'appelle *moyen proportionnel* (anciennement *moyen arithmétique*.)

Que suffit-il de connaître pour savoir quel est le moyen proportionnel d'une proportion par équi-différence ?

340. Il résulte du § 337 qu'il suffit de connaître les deux extrêmes pour savoir quel est le moyen proportionnel d'une proportion par équi-différence. On le trouve en prenant la moitié de la somme des extrêmes.

Lorsque dans une proportion continue par équi-différence on connaît le moyen proportionnel et l'un des extrêmes, que fait-on pour trouver l'autre extrême ?

341. De même, lorsque dans une proportion continue par équi-différence, on connaît le moyen proportionnel et l'un des extrêmes, pour avoir l'autre extrême, on retranche l'extrême connu du double du moyen proportionnel. La différence sera le second extrême cherché.

342. Il est beaucoup d'autres propriétés des proportions par équi-différence que nous ne mentionnerons pas ici, parce qu'elles sont peu en usage.

Exercices sur les proportions par équi-différence.

Quel est le quatrième terme de la proportion

$3.5 : 2.x$.

Quel est le second terme de la proportion

$$8 . x : 4 . 16.$$

Quel est le premier terme de la proportion

$$x . 14 : 21 . 17.$$

Quel est le moyen proportionnel de la proportion continue dont 16 et 24 sont les extrêmes ?

DES PROPORTIONS PAR QUOTIENT.

343. La démonstration de la théorie des proportions par quotient repose sur le principe bien simple, qu'en divisant l'un par l'autre deux nombres égaux, l'on a pour quotient l'unité.

Sur quel principe repose la démonstration de la théorie des proportions par quotient ?

344. *Propriété fondamentale.* Dans toute proportion le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

Quelle est la propriété fondamentale des proportions par quotient ?

En effet, revenons à la proportion du §. 331 que nous prendrons pour type.

1°. $12 : 4 :: 27 : 9.$

Je dis que $12 \times 9 = 4 \times 27$.

345. Car un rapport n'est autre chose qu'une valeur exprimée par un numérateur et un dénominateur, c'est-à-dire que cette valeur sera une fraction si elle est inférieure à l'unité, ou une expression fractionnaire si elle est égale ou supérieure à l'unité (§. 63).

346. Nous avons dit (§. 156) que pour diviser une fraction vulgaire par une fraction vulgaire, on multiplie les deux termes extérieurs l'un par l'autre, ce qui produit le numérateur du quo-

tient, et les deux termes intérieurs aussi l'un par l'autre, ce qui produit le dénominateur du quotient.

Quelle relation existe-t-il entre les quatre termes des deux fractions vulgaires placées sur la même ligne horizontale et les quatre termes d'une proportion ?

Or, les deux termes extérieurs de deux fractions vulgaires placées sur la même ligne horizontale, ne sont autre chose que les deux extrêmes d'une proportion, tandis que les deux termes intérieurs en sont les deux moyens.

Quel quotient obtient-on en divisant l'un par l'autre les deux rapports d'une proportion ?

347. Mais les deux rapports d'une proportion étant des fractions égales (§§. 331 et 345), si on les divise l'une par l'autre, on aura pour quotient l'unité; il faudra donc que le numérateur du quotient soit égal au dénominateur (§. 77).

Donc il est bien vrai que le produit des extrêmes d'une proportion est égal au produit des moyens.

A quoi est égal le produit des deux termes extérieurs de deux fractions ou expressions fractionnaires égales placées sur une même ligne horizontale ?

348. Donc le produit des deux termes extérieurs de deux fractions ou expressions fractionnaires égales placées sur une même ligne horizontale, est égal au produit des deux termes intérieurs.

Lorsque quatre nombres placés sur la même ligne horizontale sont tels que le produit des extrêmes égale celui des moyens, que doit-on en conclure?

349. Donc lorsque quatre nombres placés sur la même ligne horizontale seront tels que le produit des extrêmes égale celui des moyens, on en conclura que les deux premiers nombres forment une fraction ou une expression fractionnaire qui sera égale à celle formée par les deux derniers nombres; qu'ainsi les deux premiers nombres forment un rapport égal au rapport des deux derniers nombres, et que par consé-

quent les quatre nombres sont en proportion (§. 331).

350. *Corollaire premier* du §. 349. Donc on peut mettre les moyens à la place l'un de l'autre, sans pour cela que les quatre termes cessent d'être en proportion.

Quels sont les trois corollaires qui résultent du principe que lorsque quatre nombres placés sur la même ligne horizontale sont tels que le produit des extrêmes égale celui des moyens, les quatre nombres sont en proportion ?

C'est-à-dire que les quatre termes de la proportion du §. 344 prise pour type,

12 : 4 : : 27 : 9

seront encore en proportion en devenant

2°. 12 : 27 : : 4 : 9,

puisque le produit des extrêmes n'a pas cessé d'être égal au produit des moyens.

351. Donc le premier antécédent est au second antécédent comme le premier conséquent est au second conséquent.

352. *Corollaire second* du §. 349. Ainsi l'on peut mettre les extrêmes à la place l'un de l'autre, sans pour cela que les quatre termes cessent d'être en proportion.

C'est-à-dire que les quatre termes de la proportion du §. 344 prise pour type

12 : 4 : : 27 : 9.

seront encore en proportion en devenant

3°. 9 : 4 : : 27 : 12.

353. Donc le second conséquent est au premier conséquent comme le second antécédent est au premier antécédent.

354. *Corollaire troisième* du §. 349. Donc dans une proportion on peut faire changer de place

les quatre termes à-la-fois, en mettant les extrêmes à la place l'un de l'autre, et les moyens aussi à la place l'un de l'autre, en sorte que les quatre termes de la proportion du §. 344 prise pour type

12 : 4 : : 27 : 9

deviennent 4°. 9 : 27 : : 4 : 12,

puisque le produit des extrêmes est encore égal au produit des moyens.

355. Donc le second conséquent est au second antécédent comme le premier conséquent est au premier antécédent.

356. Dans les quatre différentes manières ci-dessus de combiner la place des quatre nombres 12, 4, 27 et 9, on voit que les facteurs du produit des extrêmes sont identiques, et que les facteurs des produits des moyens sont également identiques.

Voici le tableau de ces quatre combinaisons dont la première sert de type :

1°. 12 : 4 :: 27 : 9
2°. 12 : 27 :: 4 : 9 alternando.
3°. 9 : 4 :: 27 : 12 alternando-invertendo.
4°. 9 : 27 :: 4 : 12 invertendo.

Ce qui signifie que

1°. Le 1er. antécédent : 1er. conséquent :: le second antécéd. : second conséq.
2°. Le 1er. antécédent : second antécéd. :: le 1er. conséquent : second conséq.
3°. Le second conséquent : 1er. conséquent :: le second antécéd. : 1er. antécéd.
4°. Le second conséquent : second antécéd :: le 1er. conséquent : 1er. antécéd.

Combien une proportion peut-elle fournir de combinaisons avec un rapport différent?

L'on voit d'après ce tableau que je n'ai admis que les combinaisons qui offrent un rapport différent. J'en aurais eu 8 au lieu de 4, si j'avais

substitué pour chaque proportion le premier rapport au second, et le second au premier; mais cette combinaison aurait été sans objet.

L'on sent bien, par exemple, qu'il est indifférent d'écrire

$$12 : 4 :: 27 : 9$$

ou d'écrire

$$27 : 9 :: 12 : 4.$$

Le rapport ou la raison de la première proportion qui sert de type est 3.

La raison de la seconde combinaison est 4/9.

La raison de la troisième combinaison est 2 1/4.

La raison de la quatrième combinaison est 1/3.

357. Ainsi la raison des quatre combinaisons d'une proportion est toujours différente.

358. Il sera toujours sous-entendu au besoin que l'on peut mettre le premier rapport à la place du second, et *vice versâ*, cela ne changeant pas la raison de la proportion.

Peut-on mettre le premier rapport d'une proportion à la place du second, et le second à la place du premier?

359. L'on peut prendre indifféremment pour type l'une des quatre proportions; il en résultera toujours trois autres combinaisons.

Combien de nouvelles proportions à rapports différens peut-on faire en en prenant une pour type?

360. L'on appelle *alternando* la proportion dans laquelle les termes du premier rapport de gauche à droite, sont les antécédens de gauche à droite de la proportion qui sert de type, et où les termes du second rapport de gauche à droite, sont les conséquens de gauche à droite de la proportion qui sert de type. Il faut prendre en considération le § 358.

Qu'appelle-t-on *alternando*?

Que désigne-t-on par *alternando-invertendo* ?

361. Le nom d'*alternando-invertendo* sert à désigner la proportion dans laquelle les termes du premier rapport de gauche à droite sont les conséquens de droite à gauche de la proportion qui sert de type, et où les termes du second rapport de gauche à droite sont les antécédens de droite à gauche de la proportion qui sert de type. Il faut, au besoin, consulter le §. 358.

Que signifie *invertendo* ?

362. On donne le nom d'*invertendo* à la proportion dans laquelle les termes du premier rapport de gauche à droite sont les termes du premier rapport de droite à gauche de la proportion prise pour type, et où les termes du second rapport de gauche à droite sont les termes du second rapport de droite à gauche de la proportion qui sert de type. On se conformera au besoin au §. 358.

Si quatre nombres placés sur une même ligne horizontale sont tels que le produit des extrêmes ne soit pas égal au produit des moyens, que résulte-t-il ?

363. La proposition réciproque de celle du §. 349 est également vraie, c'est-à-dire que si quatre nombres placés sur une même ligne horizontale, sont tels que le produit des extrêmes ne soit pas égal au produit des moyens, ces quatre nombres ne sont pas en proportion, c'est-à-dire que le premier rapport n'est pas égal au second (§. 331); car pour que les deux rapports fussent égaux, il faudrait qu'en les divisant l'un par l'autre on eût pour quotient l'unité, et que par conséquent, ce quotient fût représenté par une expression fractionnaire dont le numérateur fût égal au dénominateur; or ce numérateur ne peut venir que du produit des extrêmes, et ce dénominateur ne peut venir que du produit des moyens (§§. 156,

et 346), et nous venons de supposer que dans les quatre nombres proposés le produit des extrêmes n'est pas égal au produit des moyens.

Connaissant trois termes d'une proportion, que fait-on pour obtenir le quatrième?

364. *Premier corollaire* du §. 344. Connaissant trois termes d'une proportion, on obtient le quatrième en multipliant les deux extrêmes l'un par l'autre, et divisant leur produit par le moyen connu, si c'est l'un des moyens que l'on cherche; ou en multipliant les deux moyens l'un par l'autre, et divisant leur produit par l'extrême connu, si c'est l'un des extrêmes que l'on cherche.

Exemple.

Soit la proportion

$42 : 28 :: 12 : x.$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 56 \\ 28 \\ \hline \end{array}$$

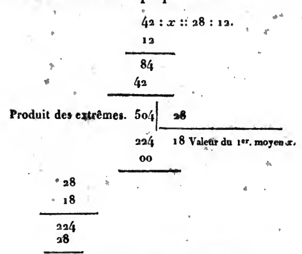
$$\begin{array}{l|l} 42 & 336 \text{ produit des moyens.} \\ \hline 8 = x & \end{array} \qquad 42 : 28 :: 12 : 8$$

Preuve 336 produit des extrêmes.

J'ai multiplié les deux moyens 28 et 12 l'un par l'autre, et j'ai trouvé 336 pour produit.

J'ai divisé ce produit par l'extrême connu 42; j'ai obtenu pour quotient 8, qui est le second extrême cherché (§. 47).

Soit maintenant la proportion



$42 : x :: 28 : 12.$

12

84

42

Produit des extrêmes. 504 | 28

224 | 18 Valeur du 1er. moyen x.

00

28

18

224

28

504 Produit des moyens et preuve.

J'ai multiplié les deux extrêmes 42 et 12 l'un par l'autre, ce qui m'a donné 504 pour produit.

J'ai divisé ce produit par le moyen connu 28, j'ai trouvé 18 pour quotient, qui est le premier moyen cherché (§. 47).

Qu'appelle-t-on *proportion continue ?*

365. Une proportion est appelée *continue* lorsque ses deux termes moyens sont identiques. Dans ce cas on n'écrit qu'un des deux termes moyens.

Comment écrit-on une proportion continue?

Qu'est-ce que le signe ÷ indique dans une proportion continue?

La proportion, réduite alors à trois termes, est précédée d'un trait horizontal au-dessus et au-dessous duquel on a mis deux points pour indiquer que le terme du milieu doit être prononcé deux fois.

Comment s'appelle le terme moyen d'une proportion continue ?

366. Le terme moyen d'une proportion continue s'appelle *moyen proportionnel.* On l'appelait anciennement *moyen géométrique.*

367. *Second corollaire* du §. 344. Connaissant les deux extrêmes d'une proportion continue, on obtient le moyen proportionnel en extrayant la racine carrée du produit des extrêmes.

Connaissant les deux extrêmes d'une proportion continue, comment obtient-on le moyen proportionnel ?

368. *Troisième corollaire* du §. 344. Connaissant un des deux extrêmes et le moyen proportionnel d'une proportion continue, on obtient l'autre extrême en divisant le carré du moyen proportionnel par l'extrême connu.

Connaissant un des deux extrêmes, et le moyen proportionnel d'une proportion continue, comment obtient-on l'autre extrême ?

369. En multipliant les deux premiers termes ou les deux derniers d'une proportion, ou tous les quatre à-la-fois, par un même nombre, on ne change pas la raison de la proportion.

En multipliant les deux premiers termes ou les deux derniers d'une proportion, ou tous les quatre à-la fois, par un même nombre, que résulte-t-il ?

Car les deux termes de chaque rapport d'une proportion ne sont autre chose que le numérateur et le dénominateur d'une fraction ou d'une expression fractionnaire; donc (§§. 85 et 86) on ne change pas la valeur de la raison en fesant cette multiplication.

Exemple.

Soit la proportion

8 : 2 :: 12 : 3.

Je dis qu'en multipliant par un nombre quelconque 5 les deux premiers termes 8 et 2, on ne change pas la raison de la proportion, en sorte qu'on aura

Multiplicando 40 : 10 :: 12 : 3.

En effet, la raison est toujours 4.

370. Cette opération s'appelle *multiplicando*.

Il en serait de même si l'on multipliait les deux derniers termes ou les quatre à-la-fois.

En divisant les deux premiers termes ou les deux derniers d'une proportion, ou tous les quatre à-la-fois, par le même nombre, que résulte-t-il ?

371. En divisant les deux premiers termes ou les deux derniers d'une proportion, ou tous les quatre à-la-fois, par le même nombre, on ne change pas la raison de la proportion.

Car les deux termes de chaque rapport d'une proportion ne sont autre chose, comme on vient de le dire, que le numérateur et le dénominateur d'une fraction ou d'une expression fractionnaire; donc (§. 87) on ne change pas la valeur de la raison ou quotient en fesant cette division.

Exemple.

Soit encore la proportion

8 : 2 : : 12 : 3.

Je dis qu'en divisant par un nombre quelconque 2 les deux premiers termes 8 et 2, on ne change pas la raison de la proportion, en sorte qu'on aura

Dividendo 4 : 1 : : 12 : 3.

En effet, la raison est toujours 4.

Cette opération s'appelle *dividendò.*

Il en serait de même si l'on divisait les deux derniers termes ou les quatre à-la-fois.

Le principe ne changerait pas quand on emploierait pour diviseur un nombre plus grand que les termes de la proportion, et la raison serait toujours 4.

En divisant 8 et 2 par 9, nous aurons la proportion

8/9 : 2/9 : : 12 : 3.

Or, il est évident que 8/9, divisé par 2/9, donne le même quotient que 8 divisé par 2 (§. 53); donc la raison est 4 comme ci-dessus.

En multipliant les deux antécédens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux conséquens, que résulte-t-il ?

372. En multipliant les deux antécédens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux conséquens, on change bien la raison de la proportion, mais on ne détruit pas la proportion, et la raison devient autant de fois aussi grande qu'elle l'était que le multiplicateur contient de fois l'unité.

Je dis

1°. Qu'on change la raison de la proportion; car l'antécédent est considéré comme un dividende, et la *raison* est synonyme de *quotient*, tandis que le conséquent est considéré comme un diviseur. Or, nous avons vu (§. 54) qu'en multipliant le dividende, et laissant le diviseur tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi grand qu'il l'était que le multiplicateur contient de fois l'unité.

Et comme cette multiplication est faite pour chaque antécédent, tandis que chaque conséquent reste le même, il en résulte que la raison de chacun des deux rapports est rendue autant de fois aussi grande qu'elle l'était que le multiplicateur contient de fois l'unité.

Je dis

2°. Qu'on ne détruit pas la proportion; car comme cette raison était dans le premier rapport la même que dans le second rapport, avant cette multiplication, il s'ensuit qu'après cette multiplication la raison du premier rapport est la même que celle du second rapport, que par conséquent les quatre termes sont en proportion (§. 331).

En multipliant les deux conséquens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux antécédens, que résulte-t-il ?

373. En multipliant les deux conséquens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux antécédens, on change la raison de la proportion, mais on ne détruit pas la proportion, et la raison devient autant de fois aussi petite qu'elle l'était que le multiplicateur contient de fois l'unité.

Cette opération s'appelle *multiplicando*.

Je dis

1°. Qu'on change la raison de la proportion; car le conséquent est considéré comme un diviseur, et la *raison* est synonyme de *quotient*, tandis que l'antécédent est considéré comme un dividende; or, nous avons vu (§. 55) qu'en multipliant le diviseur, et laissant le dividende tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi petit que le multiplicateur contient de fois l'unité.

Et comme cette multiplication est faite pour chaque conséquent, tandis que chaque antécédent reste le même, il s'ensuit que la raison de chacun des deux rapports est rendue autant de fois aussi petite qu'elle l'était que le multiplicateur contient de fois l'unité.

Je dis

2°. Qu'on ne détruit pas la proportion; car comme cette raison était dans le premier rapport la même que dans le second rapport, avant cette multiplication, il s'ensuit qu'après cette multiplication la raison du premier rapport est la même que celle du second rapport, que par

conséquent les quatre termes sont en proportion (§. 331).

Le §. 373 est donc l'inverse du §. 372.

374. En divisant les deux antécédens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux conséquens, on change la raison de la proportion, mais on ne détruit pas la proportion, et la raison devient autant de fois aussi petite qu'elle l'était, que le multiplicateur contient de fois l'unité.

En divisant les deux antécédens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux conséquens, que résulte-t-il ?

Cette opération s'appelle *dividendo*.

Je dis

1°. Qu'on change la raison de la proportion; car l'antécédent est considéré comme un dividende, et la raison est synonyme de *quotient*, tandis que le conséquent est considéré comme un diviseur; or, nous avons vu (§. 56) qu'en divisant le dividende par un nombre quelconque, et laissant le diviseur tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi petit qu'il l'était que le nombre quelconque par lequel on a divisé le dividende contient de fois l'unité.

Et comme cette division est faite pour chaque antécédent, tandis que chaque conséquent reste le même, il s'ensuit que la raison de chacun des deux rapports est rendue autant de fois aussi petite qu'elle l'était que le nombre par lequel on divise les deux antécédens contient de fois l'unité.

Je dis

2°. Qu'on ne détruit pas la proportion; car comme cette raison était dans le premier rapport

la même que dans le second rapport, avant cette division, il s'ensuit qu'après cette division la raison du premier rapport est la même que celle du second rapport, que par conséquent les quatre termes sont en proportion (§. 331).

En divisant les deux conséquens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux antécédens, que résulte-t-il?

375. En divisant les deux conséquens d'une proportion par le même nombre, sans toucher aux deux antécédens, on change la raison de la proportion, mais on ne détruit pas la proportion, et la raison devient autant de fois aussi grande qu'elle l'était que le diviseur contient de fois l'unité.

Cette opération s'appelle *dividendo*.

Je dis

1°. Qu'on change la raison de la proportion; car l'antécédent est considéré comme un dividende, et la *raison* est synonyme de *quotient*, tandis que le conséquent est considéré comme un diviseur; or, nous avons vu (§. 57) qu'en divisant le diviseur, et laissant le dividende tel qu'il est, on rend le quotient autant de fois aussi grand qu'il l'était que le nombre par lequel on a divisé le diviseur contient de fois l'unité.

Et comme cette division est faite pour chaque conséquent, tandis que chaque antécédent reste le même, il en résulte que la raison de chacun des deux rapports est rendue autant de fois aussi grande qu'elle l'était, que le nombre par lequel on a divisé les deux conséquens contient de fois l'unité.

Je dis

2°. Qu'on ne détruit pas la proportion; car comme cette raison était dans le premier rap-

port la même que dans le second rapport, avant cette division, il s'ensuit qu'après cette division la raison du premier rapport est la même que celle du second rapport, que par conséquent les quatre termes sont en proportion (§. 331).

Le § 375 est donc l'inverse du §. 374.

376. Dans toute proportion la somme du premier antécédent et du premier conséquent, est au premier conséquent comme la somme du second antécédent et du second conséquent est au second conséquent.

Quel est le second rapport d'une proportion qui a pour premier antécédent la somme du premier antécédent et du premier conséquent de la proportion prise pour type, et pour premier conséquent le premier conséquent de la proportion prise pour type?

Exemple.

Soit la proportion prise pour type

8 : 2 : : 12 : 3.

Je dis que

8+2 : 2 : : 12+3 : 3 addendo.

Car l'antécédent étant considéré comme un dividende, et le conséquent comme un diviseur, tandis que la raison est synonyme de quotient, il est clair que c'est ajouter au dividende un nombre égal au diviseur, et par conséquent ajouter une unité au quotient. Donc la raison aura dans chaque rapport une unité de plus que la raison de la proportion prise pour type. La raison du premier rapport sera donc égale à la raison du second rapport, et par conséquent les quatre termes seront en proportion. (§. 331.)

Quelle différence y a-t-il entre la raison de la proportion *addendo* et la raison de la proportion prise pour type?

Cette proportion s'appelle *addendo*.

377. Dans toute proportion, la somme du premier antécédent et du premier conséquent est au premier antécédent comme la somme du se-

Quel est le second rapport d'une proportion qui a pour premier antécédent la somme du premier antécédent et du

premier conséquent de la proportion prise pour type, et pour premier conséquent le premier antécédent de la proportion prise pour type?

cond antécédent et du second conséquent est au second antécédent.

Exemple.

Soit la proportion prise pour type

8 : 2 : : 12 : 3.

Je dis que

8 + 2 : 8 : : 12 + 3 : 12 addendo-invertendo.

Car pour former cette proportion on n'a fait qu'ajouter à la proportion *invertendo* (§. 362)

2 : 8 : : 3 : 12

Quelle différence y a-t-il entre la raison de la proportion *invertendo* et la raison de la proportion *addendo-invertendo*?

de la proportion prise pour type

8 : 2 : : 12 : 3

chaque conséquent à son antécédent, et par-là on n'a fait qu'augmenter d'une unité la raison de la proportion *invertendo*; donc il n'a pas cessé d'y avoir proportion.

Cette espèce de proportion s'appelle *addendo-invertendo*.

Quel est le second rapport d'une proportion qui a pour premier antécédent la somme des antécédens de la proportion prise pour type, et pour premier conséquent la somme des conséquens de la proportion prise pour type?

378. Dans toute proportion, la somme des antécédens est à la somme des conséquens comme chaque antécédent est à son conséquent.

Exemple.

Soit la proportion prise pour type

8 : 2 : : 12 : 3.

Je dis que

8 + 12 : 2 + 3 : : 8 : 2

ou

: : 12 : 3.

En effet, la proportion prise pour type peut devenir *alternando* (§. 360)

8 : 12 : : 2 : 3.

Maintenant, si nous prenons celle-ci pour type, nous aurons *addendo* (§. 376)

$8+12 : 12 :: 2+3 : 3.$

Et en vertu du §. 360 nous trouverons

$8+12 : 2+3 :: 12 : 3.$

Cette proportion s'appelle *addendo-alternando*, et sa raison est la même que celle de la proportion prise en premier lieu pour type.

Quelle différence y a-t-il entre la raison de la proportion *addendo-alternando* et la raison de la proportion prise en premier lieu pour type ?

379. *Corollaire* 1[er]: du §. 378. Dans une suite de rapports égaux, la somme de tous les antécédens est à la somme de tous les conséquens comme un antécédent quelconque est à son conséquent; ou comme la somme d'un certain nombre d'antécédens est à la somme d'un pareil nombre de conséquens correspondans.

Quel est le second rapport d'une proportion qui a pour premier antécédent la somme de tous les antécédens d'une suite de rapports égaux, et pour premier conséquent la somme des conséquens de cette même suite ?

Exemple.

Soit la suite de rapports égaux

$4 : 1 :: 12 : 3 :: 8 : 2 :: 16 : 4 :: 24 : 6 :: 20 : 5$ etc.

Je dis que

$4+12+8+16+24+20 : 1+3+2+4+6+5$ etc. $:: 4 : 1$ etc.

En effet,

Les deux premiers rapports

$4 : 1 :: 12 : 3,$

donnent, en vertu du §. 378,

$4+12 : 1+3 :: 12 : 3;$

Mais l'on a

$12 : 3 :: 8 : 2.$

Donc,

$4+12 : 1+3 :: 8 : 2.$

Appliquant à cette nouvelle proportion le principe du §. 378, on obtient

$4+12+8 : 1+3+2 :: 8 : 2.$

Mais on a encore

$$8 : 2 :: 16 : 4.$$

Donc,

$$4+12+8 : 1+3+2 :: 16 : 4.$$

Et en vertu du principe du §. 378,

$$4+12+8+16 : 1+3+2+4 :: 16 : 4.$$

L'on a encore

$$16 : 4 :: 24 : 6.$$

Donc,

$$4+12+8+16 : 1+3+2+4 :: 24 : 6.$$

Et en vertu du principe du §. 378,

$$4+12+8+16+24 : 1+3+2+4+6 :: 24 : 6.$$

L'on a encore

$$24 : 16 :: 20 : 5.$$

Donc $4+12+8+16+24 : 1+3+2+4+6 :: 20 : 5.$

Et en vertu du principe du §. 378,

$$4+12+8+16+24+20 : 1+3+2+4+6+5 :: 20 : 5.$$

Corollaire second du §. 378. Donc la somme des numérateurs et celle des dénominateurs de deux fractions égales, forment une fraction égale à l'une ou à l'autre des fractions simples.

Quel est le second rapport d'une proportion qui a pour premier antécédent la différence du premier antécédent et du premier conséquent de la proportion prise pour type, et pour premier conséquent le premier conséquent de la proportion prise pour type ?

380. Dans toute proportion, la différence du premier antécédent et du premier conséquent, est au premier conséquent comme la différence du second antécédent et du second conséquent est au second conséquent.

Exemple.

Soit la proportion prise pour type

$$8 : 2 :: 12 : 3.$$

Je dis que

$$8-2 : 2 :: 12-3 : 3 \text{ substrahendo.}$$

Car l'antécédent est considéré comme un dividende, et le conséquent comme un diviseur, tandis que la raison est synonyme de quotient.

Il est donc clair que c'est diminuer le dividende d'un nombre égal au diviseur, et par conséquent diminuer le quotient d'une unité; donc la raison aura dans chaque rapport une unité de moins que la raison de la proportion prise pour type; donc la raison du premier rapport sera égale à la raison du second rapport, et par conséquent les quatre termes seront en proportion.

Cette proportion s'appelle *substrahendo*.

Qu'appelle-t-on proportion *substrahendo?*

381. Dans toute proportion, la différence du premier antécédent et du premier conséquent est au premier antécédent comme la différence du second antécédent et du second conséquent est au second antécédent.

Quels sont les termes du second rapport d'une proportion, qui a pour premier antécédent la différence du premier antécédent et du premier conséquent de la proportion prise pour type, et pour premier conséquent le premier antécédent de la proportion prise pour type?

Exemple.

Soit la proportion prise pour type

$$8 : 2 :: 12 : 3.$$

Je dis que

$8-2 : 8 :: 12-3 ; 12$ substrahendo-invertendo.

Car la proportion *substrahendo* du paragraphe précédent nous a fourni

$$8-2 : 2 :: 12-3 : 3.$$

Si maintenant nous prenons la proportion *substrahendo* pour type, nous aurons *alternando* (§. 360)

$$8-2 : 12-3 :: 2 : 3.$$

Mais nous avons déjà

$$8 : 2 :: 12 : 3.$$

Et *alternando*

$$8 : 12 :: 2 : 3.$$

Or, comme deux rapports égaux à un troisième sont égaux entre eux, nous obtenons

$$8-2 : 12-3 :: 8 : 12.$$

Ou, *alternando* (§. 360), en prenant cette dernière proportion pour type

$$8-2 : 8 :: 12-3 : 12.$$

Cette proportion s'appelle *substrahendo-invertendo*.

Quels sont les termes du second rapport d'une proportion qui a pour premier antécédent la différence des antécédens de la proportion, prise pour type, et pour premier conséquent la différence des conséquens de la proportion prise pour type ?

382. Dans toute proportion la différence des antécédens est à la différence des conséquens comme chaque antécédent est à son conséquent.

Exemple.

Soit la proportion prise pour type

$$8 : 2 :: 12 : 3.$$

Je dis que

$$\left.\begin{array}{l} 8-12 : 2-3 :: 8 : 2 \\ \qquad\qquad \text{ou} \\ \qquad\qquad :: 12 : 3 \end{array}\right\}$$ **Substrahendo-alternando.**

En effet, au moyen de la proportion prise pour type, nous obtenons *alternando* :

$$8 : 12 :: 2 : 3.$$

Prenant ensuite pour type cette dernière proportion, nous trouvons *substrahendo* (§. 380)

$$8-12 : 12 :: 2-3 : 3.$$

Cette proportion servant à son tour de type, donne *alternando* (§. 360) naissance à celle-ci:

$$8-12 : 2-3 :: 12 : 3.$$

Cette proportion s'appelle *substrahendo-alternando*.

Quels sont les termes du second rapport d'une proportion qui a pour premier antécédent la somme des antécédens de la proportion prise pour type, et pour premier conséquent la différence des antécédens de la proportion prise pour type ?

383. Dans toute proportion, la somme des antécédens est à leur différence comme la somme des conséquens est à leur différence.

Exemple.

Soit la proportion prise pour type

$$8 : 2 :: 12 : 3.$$

Je dis que

$8+12 : 8-12 :: 2+3 : 2-3$ Addendo-substrahendo-alternando.

Car la proportion *addendo-alternando* du §. 378 nous a fourni

$$8+12 : 2+3 :: 8 : 2$$

ou

$$:: 12 : 3$$

Et la proportion *substrahendo-alternando* du §. 382 a donné

$$8-12 : 2-3 :: 8 : 2$$

ou

$$:: 12 : 3.$$

Donc, en ayant égard aux rapports communs, on obtient

$$8+12 : 8-12 :: 2+3 : 2-3.$$

Cette proportion s'appelle *addendo-substrahendo-alternando*.

384. Des proportions en nombre quelconque, placées les unes au-dessous des autres, de manière que les antécédens et les conséquens soient respectivement sous la même ligne verticale, étant multipliées par ordre, donnent des produits qui forment aussi une proportion, mais dont la raison est un produit qui a pour facteurs les raisons réunies des proportions qui ont concouru à former celle-ci.

Quels résultats donnent les produits de deux ou plusieurs proportions multipliées entre elles terme par terme et par ordre?

Quelle est la raison de la proportion que l'on a formée en multipliant deux ou plusieurs proportions l'une par l'autre?

Cette raison s'appelle *raison composée* ou *rapport composé*.

Comment s'appelle la raison de la proportion qui est le produit de deux ou plusieurs proportions?

Exemple.

Soit proposé de multiplier les proportions suivantes, antécédent par antécédent et conséquent par conséquent.

$$8 : 2 :: 12 : 3.$$
$$15 : 5 :: 18 : 6.$$
$$21 : 7 :: 24 : 8.$$

Produit. $2520 : 70 :: 5184 : 144$ componendo.

Je dis que

$8 \times 15 \times 21$ ou $2520 : 2 \times 5 \times 7$ ou $70 :: 12 \times 18 \times 24$ ou $5184 : 3 \times 6 \times 8$ ou 144.

En effet, soient deux ou un plus grand nombre de multiplicandes égaux entre eux à multiplier par des multiplicateurs égaux entre eux, il est clair que les produits seront égaux.

Or, d'après la définition des proportions (§. 331), les trois proportions ci-dessus peuvent se mettre sous la forme de fractions, ou expressions fractionnaires, comme suit :

$$8/2 = 12/3.$$
$$15/5 = 18/6.$$
$$21/7 = 24/8.$$

Et l'on peut considérer d'abord $8/2$ et $12/3$ comme deux multiplicandes égaux entre eux, tandis que $15/5$ et $18/6$ sont deux multiplicateurs égaux entre eux ; donc les produits doivent être égaux :

Multiplicande.	8/2	12/3	Multiplicande.
Multiplicateur.	15/5	18/6	Multiplicateur.
Produit.	120/10	96/12	
		216/18	Produit.

Après avoir obtenu les produits égaux 120/10 et 216/18, on peut les considérer comme de nouveaux multiplicandes égaux entre eux, qu'il s'agit de multiplier par deux nouveaux multiplicateurs 21/7 et 24/8 égaux entre eux. Les nouveaux produits devront aussi être égaux entre eux.

Multiplicande.	120/10	216/18	Multiplicande.
Multiplicateur.	21/7	24/8	Multiplicateur.
	120	864	
	240	432	
Produit.	2520/70	5184/144	Produit.

Preuve.

Dividende.	2520	70	Diviseur.
	420	36	Quotient.
	00		
Dividende.	5184	144	Diviseur.
	864	36	Quotient.
	000		

Les produits 2520/70 et 5184/144 étant égaux entre eux, 2520/70 forme un rapport égal à 5184/144, et par conséquent les 4 nombres 2520, 70, 5184 et 144 forment une proportion (§. 331), *ce qu'il fallait démontrer.*

Pour s'assurer que les produits 2520/70 et 5184/144 sont véritablement égaux, on n'a qu'à effectuer, comme on le voit ci-dessus, la division de 2520 par 70, et de 5184 par 144; on doit obtenir le même quotient.

Ce quotient ou raison est nécessairement le produit des raisons des proportions que l'on a multipliées par ordre.

Comment s'appelle le produit de plusieurs proportions l'une par l'autre?

Le produit de plusieurs proportions l'une par l'autre s'appelle *componendo*.

Le même raisonnement s'appliquerait à un nombre quelconque de proportions.

Quelle est la propriété des carrés, des cubes, et en général des puissances semblables de quatre nombres en proportion?

385. *Corollaire premier* du §. 384. Les carrés, les cubes, et en général les puissances semblables de quatre nombres en proportion sont aussi en proportion.

Cette vérité jaillit de ce que si les quatre nombres en proportion étaient écrits un certain nombre de fois de manière que les antécédens fussent sous les antécédens, et les conséquens sous les conséquens, il s'ensuivrait une série de proportions qui, multipliées par ordre, donneraient des produits en proportion.

Quelle est la propriété des racines carrées, cubiques, etc., de quatre nombres en proportion?

386. *Corollaire second* du §. 384. Les racines carrées, cubiques, etc., de quatre nombres en proportion, sont aussi en proportion.

Récapitulation *des diverses métamorphoses d'une proportion.*

1º. Type.

12 : 4 : : 27 : 9.

(§. 360) 2º. Alternando.

12 : 27 : : 4 : 9.

(§. 361) 3º. Alternando-invertendo.

9 : 4 : : 27 : 12.

(§. 362) 4º. Invertendo.

9 : 27 : : 4 : 12,

(§. 376) 5°. Addendo.

$12+4 : 4 :: 27+9 : 9.$

(§. 377) 6°. Addendo-invertendo.

$12+4 : 12 :: 27+9 : 27.$

(§. 378) 7°. Addendo-alternando.

$12+27 : 4+9 :: 12 : 4.$

ou

$:: 27 : 9.$

(§. 380) 8°. Substrahendo.

$12-4 : 4 :: 27-9 : 9.$

(§. 381) 9°. Substrahendo-invertendo.

$12-4 : 12 :: 27-9 : 27.$

(§. 382) 10°. Substrahendo-alternando.

$12-27 : 4-9 :: 12 : 4.$

ou

$:: 27 : 9.$

11°. Addendo-substrahendo-alternando.

$12+27 : 12-27 :: 4+9 : 4-9.$

Les noms de ces diverses combinaisons, tirés du latin, n'ont rien qui doive effrayer les personnes étrangères à cette langue; car ces noms sont presque français. Voici au reste leur signification :

Alternando vient de *alterno*, j'alterne.

Invertendo de *inverto*, je mets en sens contraire (de-là vient le mot *inversion*).

Addendo vient de *addo*, j'ajoute (de-là vient le mot addition).

Substrahendo vient de *substraho*, je soustrais.

Multiplicando vient de *multiplico*, je multiplie.

Dividendo vient de *divido*, je divise.

Ces deux derniers noms ne se trouvent pas dans le tableau; mais ils ont été employés antérieurement.

Je recommande avec instance de se rendre bien familiers les principes des proportions qui sont l'âme des mathématiques; il est impossible sans eux de faire un seul pas en géométrie.

DES ANCIENNES MESURES LINÉAIRES ET ITINÉRAIRES.

Quelles sont les principales mesures linéaires anciennes?

387. Les principales mesures linéaires anciennes sont la *toise* et l'*aune*.

388. La toise servait, et sert souvent encore, à mesurer des longueurs ou des hauteurs d'une petite étendue, comme un mur, une salle, une rue, etc.

Combien la toise contient-elle de pieds?

389. La toise se subdivise en six pieds.

Combien le pied a-t-il de pouces?

390. Le pied a douze pouces.

Combien le pouce a-t-il de lignes?

391. Le pouce a douze lignes.

Nous n'adopterons pas la subdivision en 12 points.

Comment subdivise-t-on la ligne?

Il convient, par un motif que l'on verra dans la suite, de subdiviser la ligne en *millièmes* de ligne.

392. La ligne contient mille *millièmes* de ligne.

393. Le plus petit sous-multiple de la toise est donc 1 millième de ligne.

Il est bon de savoir par cœur tous les multiples des différentes subdivisions. Les voici:

394. Le pouce contenant 12 lignes (§. 391), et le pied 12 pouces (§. 390), le pied contient 12 fois 12 lignes, c'est-à-dire 144 lignes. Combien le pied contient-il de lignes?

395. La toise contenant 6 pieds (§. 389), et le pied 12 pouces (§. 390), la toise contient 6 fois 12 pouces, c'est-à-dire 72 pouces. Combien la toise contient-elle de pouces?

396. Le pied contenant 144 lignes (§. 394), et la toise contenant 6 pieds, la toise contient 6 fois 144 lignes, c'est-à-dire 864 lignes. Combien la toise contient-elle de lignes?

397. Pour avoir les divers multiples d'1 millième de ligne, qui est le plus petit sous-multiple de la toise (§. 393), il n'y a donc qu'à multiplier par 1000 les divers sous-multiples de la toise et (la toise elle-même) exprimés en lignes (§. 81). Pour avoir les divers multiples d'1 millième de ligne, qui est le plus petit sous-multiple de la toise, que fait-on?

398. Ainsi le pouce contenant 12 lignes (§. 391) contiendra 12000 millièmes de ligne (§. 81). Combien le pouce contient-il de millièmes de ligne?

399. Le pied contenant 144 lignes (§. 394) contiendra 144000 millièmes de ligne (§. 81). Combien le pied contient-il de millièmes de ligne?

400. La toise contenant 864 lignes (§. 396) contiendra 864000 millièmes de ligne (§. 81.). Combien la toise contient-elle de millièmes de ligne?

401. C'est-à-dire qu'on obtiendra les millièmes de ligne en ajoutant trois zéros à droite de tous les sous-multiples de la toise, et de la toise elle-même, représentés par des lignes. Connaissant les sous-multiples de la toise et la toise elle-même représentés en lignes, que fait-on pour obtenir les millièmes de ligne?

402. L'aune, remplacée aujourd'hui par le mètre, était destinée à mesurer les étoffes, etc. Par quoi l'aune est-elle remplacée aujourd'hui, et à quel usage l'employait-on?

Elle avait 3 pieds 7 pouces 10 lignes 5/6 (Mémoires de l'Académie des sciences, année 1746). Quelle était la mesure de l'aune en pieds, pouces et lignes?

Réduisant les 5/6 de ligne en *millièmes*, on trouve pour la valeur de l'aune, à moins d'1 mil-

lième de ligne près, 3 pieds 7 pouces 10 lignes 833 millièmes de ligne.

Combien la lieue commune de 25 au degré contient-elle de toises?

403. Quant aux mesures itinéraires anciennes, nous ne parlerons ici que de la lieue commune de 25 au degré. Evaluée en toises, elle est de 2280,33, ce qui signifie 2280 toises 33 centièmes de toise.

DES POIDS ANCIENS.

Combien la livre poids vaut-elle de marcs?

404. 1 Livre vaut 2 marcs.

Combien un marc vaut-il d'onces?

405. 1 Marc vaut 8 onces.

Combien une once vaut-elle de gros?

406. 1 Once vaut 8 gros.

Combien un gros vaut-il de deniers ou scrupules?

407. 1 Gros vaut 3 deniers ou scrupules.

Combien un denier vaut-il de grains?

408. 1 Denier vaut 24 grains.

Combien la livre vaut-elle d'onces?

409. La livre valant 2 marcs (§. 404), et le marc 8 onces (§. 405), la livre vaut 2 fois 8 onces, c'est-à-dire 16 onces.

Combien la livre vaut-elle de gros?

410. L'once valant 8 gros (§. 406), et la livre 16 onces (§. 409), la livre vaut 16 fois 8 gros, c'est-à-dire 128 gros.

Combien le marc vaut-il de gros?

411. L'once valant 8 gros (§. 406), et le marc 8 onces (§. 405), le marc vaut 8 fois 8 gros, c'est-à-dire 64 gros.

Combien l'once vaut-elle de deniers ou scrupules?

412. Le gros valant 3 deniers ou scrupules (§. 407), et l'once valant 8 gros (§. 406), l'once vaut 8 fois 3 deniers ou scrupules, c'est-à-dire 24 deniers ou scrupules.

Combien le marc vaut-il de deniers ou scrupules?

413. Le marc valant 8 onces (§. 405), et l'once valant 24 deniers ou scrupules (§. 412), le marc vaut 8 fois 24 deniers ou scrupules, c'est-à-dire 192 deniers ou scrupules.

414. La livre valant 2 marcs (§. 404), et le marc valant 192 deniers ou scrupules (§. 413), la livre vaut 2 fois 192 deniers ou scrupules, c'est-à-dire 384 deniers ou scrupules.

Combien la livre vaut-elle de deniers ou scrupules?

Le denier ou scrupule valant 24 grains (§. 408), et la livre valant 384 deniers ou scrupules, la livre vaut 9216 grains.

Combien la livre poids vaut elle de grains?

DES MONNAIES ANCIENNES.

415. La livre tournois vaut 20 sous.

Combien la livre tournois vaut-elle de sous?

416. 1 sou vaut 12 deniers ou 4 liards.

Combien le sou vaut-il de deniers et de liards?

417. Le denier n'est qu'une valeur de compte.

418. Le liard est une véritable monnaie.

419. Le louis vaut 24 livres tournois.

Combien le louis vaut-il de livres tournois?

420. Le double-louis vaut 48 livres tournois.

DU TEMPS.

421. Le temps se divise principalement en siècles, en années, en mois, en semaines, en jours, en heures, en minutes, en secondes et en tierces.

422. Un siècle comprend l'espace de 100 ans.

Combien d'années un siècle comprend-il?

423. Une année renferme 12 mois.

Combien une année renferme-t-elle de mois?

424. Les mois contiennent 30 ou 31 jours, excepté le mois de février qui n'en a que 28 dans les années ordinaires, et 29 dans les années bissextiles (1).

Combien les mois contiennent-ils de jours?

Combien le mois de février contient-il de jours?

(1) Pour connaître facilement, et sans almanach, quels sont les mois qui ont trente-un jours et ceux qui n'en ont que trente, tournez la paume de la main gauche en haut, élevez le pouce, le doigt du milieu et l'auriculaire; abaissez les deux autres, savoir, l'index et

Quels moyens a-t-on de connaître sans almanach quels sont les mois qui ont 31 jours et ceux qui en ont 30?

Combien l'année renferme-t-elle de jours?

425. L'année contient 365 jours 6 heures.

426. La semaine renferme 7 jours.

Combien un jour contient-il d'heures?

427. Un jour contient 24 heures.

Combien une heure contient-elle de minutes?

428. Une heure vaut 60 minutes.

Combien une minute renferme-t-elle de secondes?

429. Une minute vaut 60 secondes.

Combien une seconde contient-elle de tiercés?

430. Une seconde vaut 60 tierces.

DES NOUVELLES MESURES LINÉAIRES.

Quelle est l'unité de mesure adoptée aujourd'hui?

431. L'unité de mesure adoptée aujourd'hui est le *mètre.*

l'annulaire. Après cela, commencez à compter mars sur le pouce, avril sur l'index, mai sur le doigt du milieu, juin sur l'annulaire, juillet sur l'auriculaire. Recommencez à compter août sur le pouce, septembre sur l'index, octobre sur le doigt du milieu, novembre sur l'annulaire, décembre sur l'auriculaire, janvier sur le pouce et février sur l'index. Tous les mois qui tomberont sur les doigts élevés auront trente-un jours, et ceux qui tomberont sur les doigts abaissés n'en auront que trente. Février, qui tombera sur l'index, n'en aura que vingt-huit dans les années communes, et vingt-neuf dans les bissextiles.

Quel est le doigt que l'on nomme *auriculaire?*

Nota. Le mot *auriculaire* désigne le petit doigt. Il vient du mot latin *auris*, qui signifie *oreille*, parce que c'est celui que l'on introduit de préférence dans cette partie du corps humain.

Quel est le doigt que l'on appelle *annulaire?*

Le mot *annulaire* désigne le doigt le plus voisin de l'auriculaire, et vient du mot latin *annulus*, bague, parce que c'est en effet à ce doigt que la jeune mariée reçoit l'anneau nuptial.

Quel est le doigt que l'on nomme *index?*

Le mot *index* vient d'un mot latin qui signifie *indiquer*, et désigne le doigt le plus voisin du pouce, parce que c'est ordinairement avec ce doigt qu'on indique les objets.

432. Le mètre est une mesure prise dans la nature, car c'est la quarante-millionième partie d'un grand cercle du globe terrestre, ou la dix-millionième partie du quart.

Quelle partie le mètre est-il d'un grand cercle du globe terrestre?

433. D'après la loi du 19 frimaire an VIII, la valeur du mètre est fixée à 3 pieds 11 lignes 296 millièmes de ligne.

Quelle est la valeur du mètre en mesure linéaire ancienne?

434. En transformant 1 millième de ligne en fraction décimale du mètre, on obtiendra facilement toutes les autres mesures métriques.

Par quel moyen obtient-on toutes les mesures métriques?

435. Pour transformer 1 millième de ligne en fraction décimale du mètre, il faut savoir combien de millièmes de ligne sont contenus dans 3 pieds 11 lignes 296 millièmes de ligne qui est la valeur du mètre.

Pour transformer un millième de ligne en fraction décimale du mètre, que faut-il savoir préalablement?

Cette transformation est enseignée par les §§. 81 et 83; car le pied contenant des pouces, le pouce contenant des lignes, et la ligne contenant des millièmes, on commence par transformer 3 pieds en pouces; on transforme ensuite en lignes les pouces que l'on a obtenus, et enfin on transforme en millièmes les lignes que l'on a trouvées.

En effet, le pied contenant 12 pouces, le pied peut se représenter par 12/12 de pied (§. 77), en prenant le nombre de pouces pour numérateur et dénominateur.

Par la même raison, le pied contenant 144 lignes (§. 394), le pied peut se représenter sous la forme 144/144 de pied, en prenant le nombre de lignes pour numérateur et dénominateur.

Le pied contenant 144000 millièmes de ligne

(§. 399), le pied peut se représenter sous la forme 144000/144000 de pied.

Comment fait-on pour obtenir en millièmes de ligne la valeur du mètre?

436. Puisque le pied contient 144000 millièmes de ligne (§. 399), et que la ligne contient mille millièmes de ligne, pour avoir en millièmes de ligne la valeur du mètre, qui est de 3 pieds 11 lignes 296 millièmes de ligne (§. 433), il n'y a qu'à multiplier 144000 par 3, ce qui donne 432000, ajouter à cela le produit de 1000 par 11, ce qui fait 443000, et ajouter à ce dernier nombre 296.

Combien le mètre contient-il de millièmes de ligne?

437. On obtient ainsi 443296 millièmes de ligne pour la valeur du mètre.

Quelle partie un millième de ligne est-il du mètre?

Donc un millième de ligne est la 443296 millième partie du mètre.

En transformant un mètre en billionièmes de mètre, quelle partie dois-je prendre d'un billion pour avoir la valeur d'un millième de ligne en billionièmes de mètre?

Donc si je transforme un mètre en billionièmes de mètre, il faut que je prenne la 443296me partie d'un billion pour avoir la valeur d'un millième de ligne en billionièmes de mètre.

Cette division me donne pour quotient 2255 billionièmes, et, en vertu du §. 222, j'adopte 2256.

Maintenant, d'après le §. 63, puisque le nombre 2256 a pour dénominateur un billion, le numérateur doit avoir 9 chiffres; il faut donc ajouter cinq zéros à la gauche de 2256 pour lui donner le caractère d'une fraction décimale, et l'écrire ainsi 0,000002256.

Combien une ligne contient-elle de billionièmes de mètre?

438. 2256 billionièmes de mètre ont donc la valeur d'un millième de ligne.

Comment obtient-on la valeur d'une ligne en mesure métrique?

La ligne valant mille fois un millième de ligne, pour obtenir la valeur d'une ligne en me-

sure métrique, il suffit de multiplier la valeur d'un millième de ligne 0,000002256 par 1000, et pour cela il n'y a qu'à avancer la virgule de trois zéros à droite (§. 153).

439. La ligne vaut donc 0m,002256, c'est-à-dire 2256 millioniemes de mètre.

Combien la ligne vaut-elle en mesure métrique?

Le pouce valant 12 lignes, j'obtiens la valeur d'un pouce en mesure métrique en multipliant la valeur d'une ligne 0,002256 par 12; je trouve pour produit 0m,027072.

Comment obtient-on la valeur métrique d'un pouce?

440. Le pouce vaut donc 27072 millioniemes de mètre.

Quelle est la valeur métrique d'un pouce?

Le pied valant 12 pouces, je trouve la valeur d'un pied, en mesure métrique, en multipliant la valeur d'un pouce 0m,027072 par 12; j'obtiens pour produit 0m,324864.

Comment obtient-on la valeur d'un pied en mesure métrique?

441. Le pied vaut donc 324864 millioniemes de mètre.

Quelle est la valeur métrique d'un pied?

La toise valant 6 pieds, j'obtiens la valeur d'une toise, en mesure métrique, en multipliant la valeur d'un pied 0m,324864 par 6; je trouve pour produit 1m,949184.

Comment obtient-on la valeur d'une toise en mesure métrique?

442. La toise vaut donc 1m,949184.

Quelle est la valeur métrique d'une toise?

443. Quelque grands que soient ces nombres, ils ne doivent pas effrayer, car on peut supprimer à droite un nombre de chiffres à volonté, selon le plus ou le moins de précision dont on a besoin dans le calcul que l'on veut faire.

Ainsi, en ne prenant qu'un chiffre décimal dans la valeur métrique de la toise, on trouve que la toise vaut un mètre et neuf dixièmes de mètre, à moins d'un dixième près.

Quelle est la valeur métrique de la toise, en ne prenant qu'un chiffre décimal?

Quelle est la valeur métrique de la toise en adoptant deux chiffres décimaux ?

En adoptant deux chiffres décimaux, la toise vaut un mètre quatre-vingt-quatorze centimètres, à moins d'un centimètre près.

Quelle est la valeur métrique de la toise en adoptant trois chiffres décimaux ?

En adoptant trois chiffres décimaux, la toise vaut un mètre neuf cent quarante-neuf millimètres, à moins d'un millimètre près, et ainsi de suite.

444. Nous avons vu (§. 402), que l'aune vaut 3 pieds 7 pouces 10 lignes 833 millièmes de ligne.

Comment obtient-on la valeur métrique d'une aune ?

Pour en avoir la valeur métrique, il n'y a qu'à multiplier par 3 la valeur d'un pied donnée au §. 441, par 7 la valeur d'un pouce donnée au §. 440, par 10 la valeur d'une ligne donnée au §. 439, par 833 la valeur d'1 millième de ligne donnée au §. 438, et ajouter la somme de ces différens produits : on trouvera 1m,188535.

Quelle est la valeur métrique d'une aune ?

445. L'aune vaut donc un mètre 188535 millionièmes de mètre.

Comment fait-on pour convertir les mesures métriques en mesures anciennes ?

446. Pour convertir les mesures métriques en mesures anciennes, il faut transformer la mesure ancienne proposée dans ses plus petits sous-multiples, qui sont les millièmes de ligne (§. 393), et prendre la mesure ancienne pour diviseur.

On prendra pour dividende la mesure métrique proposée, dont on représentera la valeur en millièmes de ligne.

Le quotient sera la mesure ancienne demandée.

Quel moyen emploie-t-on pour convertir un mètre en valeur décimale de toise ?

447. Ainsi, je suppose que l'on veuille convertir un mètre en fraction de toise, on transforme la toise en millièmes de ligne, et l'on trouve (§. 400) 864000 pour diviseur.

L'on transforme aussi le mètre en millièmes de ligne, et l'on trouve (§. 436) 443296 pour dividende.

Si le mètre et la toise contenaient le même nombre de millièmes de ligne, il est clair qu'on aurait pour quotient une toise.

Si le mètre et la toise contenaient le même nombre de millièmes de ligne, et que l'on cherchât une valeur en toise, quel quotient obtiendrait-on en divisant ces deux mesures l'une par l'autre?

Mais si le diviseur est plus grand que le dividende, comme c'est ici le cas, on multipliera celui-ci par le chiffre 1 suivi d'un nombre quelconque de zéros, et le quotient sera une fraction de toise de l'ordre décimal indiqué par le multiplicateur du dividende, en sorte que si le multiplicateur est 1000, le quotient sera des millièmes de toise; si le multiplicateur est 100000, le quotient sera des cent-millièmes de toise.

En multipliant mon dividende par 100000, j'obtiens 44329600000, que je divise par 864000; je trouve pour quotient $0^t,51307$, à moins d'1 cent-millième de toise près.

Quelle est la valeur d'un mètre en fraction décimale de la toise, à moins d'1 cent-millième de toise près?

448. Un mètre vaut donc 51307 cent-millièmes de toise.

Comment dois-je opérer pour convertir un mètre en pieds et fraction décimale du pied, à moins d'1 cent-millième près?

449. Pour convertir un mètre en pieds, j'opère dans le même principe; c'est-à-dire que je transforme le pied en millièmes de ligne, et je trouve (§. 399) 144000 pour diviseur, tandis que j'ai pour dividende 443296. Multipliant ce dividende par 100000, et effectuant la division, je trouve pour quotient 3 pieds, 07844.

Quelle est la valeur d'1 mètre en pieds et fraction décimale du pied, à moins d'1 cent-millième près?

450. Un mètre vaut donc 3 pieds 7844 cent-millièmes de pied.

Comment fait-on pour convertir un mètre en pouces, à moins d'1 cent-millième de pouce près?

451. Pour convertir un mètre en pouces, je transforme aussi un pouce en millièmes de ligne, et je trouve (§. 398) 12000 pour diviseur, ayant toujours pour dividende 443296 que je multiplie par 100000.

Effectuant la division, j'obtiens pour quotient 36 pouces, 94133, à moins d'1 cent-millième de pouce près.

Combien 1 mètre vaut-il en pouces et fraction décimale du pouce, à moins d'1 cent-millième de pouce près?

452. Un mètre vaut donc 36 pouces 94133 cent-millièmes de pouce.

Comment opère-t-on la conversion d'1 mètre en lignes et fraction décimale de la ligne, à moins d'1 cent-millième de ligne près?

453. Pour convertir un mètre en lignes, je transforme une ligne en millièmes de ligne, ce qui me donne 1000 pour diviseur, ayant encore pour dividende 443296 que je multiplie par 100000, ce qui produit 44329600000; j'ai pour quotient 443,29600.

Quelle est la valeur d'1 mètre en lignes et fraction décimale de la ligne?

454. Un mètre vaut donc 443 lignes 29600 cent-millièmes de ligne.

Comment opère-t-on la conversion d'un mètre en millièmes de ligne?

455. Pour convertir un mètre en millièmes de ligne, on n'a qu'à prendre la valeur totale du mètre au §. 433, et la transformer en millièmes de ligne par des multiplications successives, en multipliant d'abord par 3 la valeur du §. 399, par 11 la valeur du §. 392, et en ajoutant à la somme de ces produits 296; on trouvera 443296 millièmes de ligne.

Combien 1 mètre vaut-il de millièmes de ligne?

456. Un mètre vaut donc 443296 millièmes de ligne.

DES MULTIPLES ET DES SOUS-MULTIPLES DU MÈTRE (§§. 431, 432 et 433).

457. On a eu recours à des mots grecs et latins

pour exprimer des mesures supérieures et inférieures au mètre, qui est lui-même un mot grec. Tels sont les suivans :

Myria qui signifie........ dix mille. — Que signifient les mots Myria,
Chilo et par corruption *kilo*. mille. — Chilo,
Hecto................. cent. — Hecto,
Déca.................. dix. — Déca,
Déci.................. dixième de. — Déci,
Centi................. centième de. — Centi,
Milli................. millième de. — Milli?

En sorte qu'en ajoutant le mot *mètre* à ces différens mots, on obtient

Myria-mètre........... dix mille mètres.
Kilo-mètre............ mille mètres.
Hecto-mètre........... cent mètres.
Déca-mètre............ dix mètres.
Déci-mètre............ dixième de mètre.
Centi-mètre........... centième de mètre.
Milli-mètre........... millième de mètre.

458. Le myriamètre est l'unité de mesure itinéraire adoptée aujourd'hui. Il a mis fin à toutes les mesures arbitraires connues sous la dénomination de *lieues communes, lieues marines, etc.* — Quelle est l'unité itinéraire métrique?

459. Pour savoir ce qu'un myriamètre vaut en toises, il n'y a qu'à prendre au §. 448 la valeur d'un mètre, qui est $0^t,51307$, et la multiplier par 10000, ce qui donne (§. 153) $5130^t,7$. — Comment obtient-on la valeur en toises d'un myriamètre?

460. Dès que l'on peut représenter le mètre en mesures linéaires anciennes, il est facile de représenter dans ces mêmes mesures les multi-

ples et les sous-multiples de mètre. Nous venons de voir combien son principal multiple, le myriamètre, contient de toises.

Combien le kilomètre contient-il de mètres ?

461. Le kilomètre valant 1000 mètres (§. 457), contient mille fois 0t,51307, qui est la valeur du mètre (§. 448); il contient donc (§. 153) 513t,07.

Combien l'hectomètre contient-il de mètres ?

462. L'hectomètre valant cent mètres (§. 457), contient cent fois 0t,51307, qui est la valeur du mètre (§. 448); il contient donc (§. 153) 51t,307.

Combien le décamètre contient-il de mètres?

463. Le décamètre valant cent mètres (§. 457) contient dix fois 0t51307, qui est la valeur du mètre (§. 448); il contient donc (§. 153) 5t,1307.

Quelle partie le décimètre est-il du mètre, et combien vaut-il en fraction décimale de toise?

464. Le décimètre étant la dixième partie du mètre (§. 457), contient la dixième partie de 0t,51307, qui est la valeur du mètre (§. 448); il vaut donc (§. 154) 0t,051307.

Quelle partie le centimètre est-il du mètre, et combien vaut-il en fraction décimale de toise?

465. Le centimètre étant la centième partie du mètre (§. 457), contient la centième partie de 0t,51307, qui est la valeur du mètre (§. 448); il vaut donc (§. 154) 0t,0051307.

Quelle est la valeur d'1 millimètre en fraction décimale de toise?

466. Le millimètre étant la millième partie du mètre (§. 457), contient la millième partie de 0t,51307, qui est la valeur du mètre (§. 448); il vaut donc (§. 154) 0t,00051307.

Au moyen de ce qui précède, il est aisé de dresser une table de conversion des mesures nouvelles linéaires et anciennes, et réciproquement.

DES MESURES NOUVELLES DE SURFACE.

Comment s'appelle l'unité de surface en mesure métrique, et quelle est sa valeur?

467. L'unité de surface s'appelle *are*.

C'est un carré qui a un décamètre de côté.

468. Les multiples et sous-multiples de l'are empruntent du grec et du latin les mêmes mots que les multiples et sous-multiples du mètre, en sorte que

Myriare signifie..........	dix mille ares.
Kiliare.................	mille ares.
Hectare.................	cent ares.
Décare..................	dix ares.
Déciare.................	dixième d'are.
Centiare................	centième d'are.
Milliare................	millième d'are.

DES MESURES NOUVELLES POLYHÈDRES (1).

469. L'unité de ces mesures est le *mètre cube*, c'est-à-dire un cube qui a un mètre de côté. Sa forme est celle d'un dé à jouer. Comment s'appelle l'unité des mesures métriques polyhèdres?

470. La millième partie du mètre cube s'appelle *décimètre cube*. Il a un décimètre de côté. Comment s'appelle la millième partie du mètre cube?

471. La millionième partie du mètre cube se nomme *centimètre cube*. Il a un centimètre de côté. Comment se nomme la millionième partie du mètre cube?

472. Le mètre cube prend le nom de *stère* quand cette mesure s'applique au bois de chauffage. Quel nom prend le mètre cube quand cette mesure s'applique au bois de chauffage?

(1) Polyhèdre est un mot grec qui signifie *à plusieurs faces*.

DES MESURES NOUVELLES DE CAPACITÉ POUR LES LIQUIDES ET POUR LES GRAINS.

Comment s'appelle l'unité des mesures métriques de capacité?

473. L'unité de capacité s'appelle *litre*.

Le litre c'est le décimètre cube.

Que signifie *hectolitre?*

Hectolitre signifie....... cent litres.

Que veut dire *décalitre?*

Décalitre.............. dix litres.

Qu'entend-on par *décilitre?*

Décilitre.............. dixième de litre.

Qu'est-ce qu'un *centilitre?*

Centilitre.............. centième de litre.

DES POIDS NOUVEAUX.

Comment appelle-t-on l'unité de poids métrique, et quelle est sa pesanteur?

474. L'unité du poids métrique est le *gramme*, dont la pesanteur est celle d'un *centimètre cube* (ou la millième partie du mètre cube [§. 470]) d'eau distillée, et ramenée à son *maximum* de densité.

Qui est celui à qui on doit le travail pour déterminer l'unité de poids?

Il était difficile de déterminer l'unité de poids, car elle dépend d'une foule d'expériences, d'opérations, de modifications, plus délicates les unes que les autres; mais M. Lefèvre-Gineau, à qui l'Institut avait confié ce travail, s'en est tiré avec une précision qui ne laisse rien à désirer.

Qu'entend-on par *déterminer l'unité de poids?*

475. Déterminer l'unité de poids, c'est assigner la quantité de matière qu'un certain corps, qu'on emploie de préférence, contient sous un volume dont on est préalablement convenu.

Quel problème faut-il résoudre pour déterminer l'unité de poids?

Il faut donc, pour résoudre ce problème,

1°. Fixer le volume qu'on emploiera pour terme de comparaison;

2°. Faire choix d'un corps propre à le remplir

3°. Enfin, déterminer le poids ou la quantité de matière que ce corps contient sous ce volume.

476. Le choix du volume qu'on emploie est arbitraire; mais les usages de la société demandent qu'on ne prenne pas une unité trop grande ou trop petite. L'Académie des sciences a adopté la millième partie du mètre cube, ou, en d'autres termes, le décimètre cube (§. 470).

477. Le corps dont on fait choix pour remplir ce volume n'est point indifférent; il doit être fluide, en état de conserver sa fluidité à une température qu'il soit aisé d'obtenir partout; il doit être spécialement de nature à pouvoir être retrouvé dans un lieu quelconque dans le même degré de pureté.

Quelle doit être la nature du corps dont on fait choix pour remplir le volume qui doit contenir l'unité de poids?

478. L'eau possède ces qualités plus qu'aucun autre corps que nous connaissions; et, distillée, elle est toujours également pure.

Quel est le corps qui possède les qualités propres à le faire servir pour remplir le volume qui doit contenir l'unité de poids?

479. Cette propriété de l'eau l'a fait choisir par l'Académie pour le corps dont la quantité de matière contenue sous le volume du décimètre cube serait l'unité de poids.

480. On a pris pour terme de comparaison la pile de 50 marcs conservée à la Monnaie, et qu'on appelle le *poids de Charlemagne* (1). Les ba-

Qu'a-t-on pris pour terme de comparaison pour déterminer l'unité de poids?

(1) Ce n'est point Charlemagne, mais le roi Jean, qui fit faire le poids original conservé à la Monnaie. Charlemagne avait introduit en France la livre romaine, correspondante à 12 de nos onces. Par la suite, on aura pris les deux tiers de cette livre pour faire le marc, mesure adoptée pour la pesée de l'or et de l'argent, dont

Quel est le roi qui a fait faire le poids original conservé à la Monnaie?

lances dont on s'est servi étaient d'une telle mobilité, que l'une d'elles, chargée d'un peu plus de deux livres, poids de marc, dans chaque bassin, était encore sensible à un 50me de grain, et trébuchait à un dixième, lorsque chaque bassin portait environ 23 livres.

A combien de degrés du thermomètre centigrade se trouve le *maximum* de densité de l'eau?

481. Le *maximum* de densité de l'eau s'étant trouvé, non pas à *zéro*, température de la glace fondante, mais à quatre degrés du thermomètre centigrade, c'est à cette température que les expériences ont été faites.

Quel est en grains le poids d'un décimètre cube d'eau distillée, à son *maximum* de densité?

482. Le résultat de ces expériences est que le poids d'un décimètre cube d'eau distillée, à son *maximum* de densité, et pesée dans le vide, est de 18827 grains 15 centièmes de grain, ou de 2 livres 5 gros 35 grains 15 centièmes de grain, poids de marc, valeur adoptée pour le kilogramme définitif.

Quel est le poids d'un gramme en grains?

483. Or, *kilogramme* signifiant mille grammes, du mot grec kilo (§. 457), on aura la valeur du gramme, unité de mesure, en divisant la valeur du kilogramme par 1000. Le gramme vaut donc 18 grains 82715 millionièmes de grain (§§. 481 et 152).

Les multiples et sous-multiples du gramme contiennent les mêmes noms grecs et latins que ceux des autres unités métriques. En voici le tableau.

Sur quel poids fut étalonné, en 1494, le poids du Châtelet?

le double est devenu ensuite la livre poids de marc. C'est sur ce poids que fut étalonné, en 1494, celui du Châtelet.

Le myriagramme vaut dix mille grammes. Combien vaut le myriagramme ?

Le kilogramme.... mille grammes. Combien vaut le kilogramme ?

L'hectogramme.... cent grammes. Que signifie hectogramme ?

Le décagramme.... dix grammes. Qu'est-ce qu'un décagramme ?

Le décigramme .... un dixième de gramme. Qu'entend-on par décigramme ?

Le centigramme ... un centième de gramme. Quelle est la valeur d'un centigramme ?

Le milligramme.... un millième de gramme. Qu'est-ce qu'un milligramme ?

484. Le kilogramme valant (§. 481) 18827 grains 15 centièmes de grain, et la livre étant (§. 414) de 9216 grains, la livre vaut environ un demi-kilogramme, ou 500 grammes. Quelle est la valeur d'une livre poids en fraction de kilogramme ?

L'once vaut à-peu-près 31 grammes. Combien l'once vaut-elle en grammes ?

DES NOUVELLES MONNAIES.

485. L'unité monétaire est le *franc*. Comment s'appelle la nouvelle unité monétaire ?

486. Le franc pèse 5 grammes, et est à 9/10 de fin; c'est-à-dire qu'il contient 9/10 d'argent pur et 1/10 d'alliage. Quel est le poids métrique du franc, et quel est son degré de fin ?

487. Le franc vaut une livre tournois et 1/80 d'une livre tournois. Combien le franc vaut-il en livres tournois ?

Donc 80 francs valent 80 livres tournois, plus 80 fois 1/80 de livre tournois, c'est-à-dire (§. 77) que 80 francs valent 81 livres tournois.

Il n'y a donc que deux sous-multiples du franc qui ont reçu des noms particuliers, savoir : le *dixième* et le *centième*. Quels sont les deux sous-multiples du franc qui ont reçu des noms particuliers ?

488. On a donné au *dixième* le nom de *décime*, et au *centième* celui de *centime*. De quel nom appelle-t-on le dixième et le centième de franc ?

Les autres sous-multiples du franc, savoir : le *millième*, le *dix-millième*, etc., sont les mêmes que ceux des autres unités.

APPLICATION DES PRINCIPES.

Abréviations.

# Signifie	livre tournois.	T	Signifie	toise.
ſ	sou.	P		pied.
ꝺ	denier monnaie.	p		pouce.
f	franc.	l		ligne.
c	centime.	J		jour.
£. p.	livre poids.	H		heure.
M	marc.	′		minute.
O	once.	″		seconde.
G	gros.	‴		tierce.
D	denier poids ou scrupule.	Mt		mètre.
g	grain.	A		aune.

Exemple d'addition.

	#	ſ	ꝺ	
1°.	344	15	6.	
	526	12	7.	
	343	15	8.	
	584	9	7.	
	758	4	3.	
	77	8	9.	
	2635#	6ſ	4.ꝺ	
Preuve.	333	3	0.	(§. 23.)

Détail de l'opération.

6 et 7 font 13 et 8 font 21 et 7 font 28 et 3 font 31 et 9 font 40 deniers. Comme il faut 36 deniers (§. 416) pour faire 3 sous, je pose 4 deniers sous la colonne des deniers, et retiens 3 sous en disant :

3 et 5 font 8 et 2 font 10 et 5 font 15 et 9 font

24 et 4 font 28 et 8 font 36 sous. Je pose 6 au-dessous de la colonne des sous, et retiens 3 dixaines de sous, en disant :

3 et 1 font 4 et 1 font 5 et 1 font 6 dixaines de sous. Ces 6 dixaines de sous fesant 3 livres, je ne pose rien sous la colonne des dixaines de sous, et retiens 3 livres en disant :

3 et 4 font 7 et 6 font 13 et 3 font 16 et 4 font 20 et 8 font 28 et 7 font 35 livres. Je pose 5 livres et retiens 3 dixaines de livres en disant :

3 et 4 font 7 et 2 font 9 et 4 font 13 et 8 fout 21 et 5 font 26 et 7 font 33 dixaines de livres. Je pose 3 dixaines de livres, et retiens 3 centaines de livres, en disant :

3 et 3 font 6 et 5 font 11 et 3 font 14 et 5 font 19 et 7 font 26 centaines de livres. Je pose 6 centaines de livres, et retiens 2 mille livres que je place à côté, puisqu'il n'y a pas d'autres colonnes à additionner.

Pour faire la preuve, je me réfère au §. 23, et je dis, en commençant par la gauche :

3 et 5 font 8 et 3 font 11 et 5 fout 16 et 7 font 23; retranchés de 26, il reste 3, que je pose au-dessous.

Je considère le reste 3 comme des dixaines pour le joindre, par la pensée, au chiffre suivant 3 de la somme, ce qui me fait 33.

J'additionne la colonne suivante, et je dis : 4 et 2 font 6 et 4 font 10 et 8 font 18 et 5 font 23 et 7 font 30; retranchés de 33, il reste 3, que je pose au-dessous.

Je considère ce nouveau reste 3 toujours

comme des dixaines, pour le joindre, par la pensée, au chiffre suivant 5 de la somme, ce qui me donne 35.

J'additionne la colonne suivante, et je dis :

4 et 6 font 10 et 3 font 13 et 4 font 17 et 8 font 25 et 7 font 32; retranchés de 35, il reste 3, que je pose au-dessous.

Cette colonne étant la dernière des livres, le reste 3 vaut 6 dixaines de sous, ce qui fait, avec les sous 6 de la somme, 6 dixaines de sous et 6 sous.

J'additionne la colonne des sous, et je dis :

5 et 2 font 7 et 5 font 12 et 9 font 21 et 4 font 25 et 8 font 33, ce qui fait 3 dixaines de sous et 3 sous.

Je retiens ces 3 dixaines de sous, et je passe à la colonne des dixaines de sous, en disant :

3 et 1 font 4 et 1 font 5 et 1 font 6 dixaines de sous.

En sorte que j'ai 6 dixaines de sous et 3 sous à retrancher de 6 dixaines de sous et 6 sous. J'ai pour reste 3 sous.

Ces 3 sous valant 36 deniers (§. 416), je les ajoute, par la pensée, aux 4 deniers de la somme, ce qui fait 40 deniers, et je dis, en passant à la colonne des deniers :

6 et 7 font 13 et 8 font 21 et 7 font 28 et 3 font 31 et 9 font 40; retranchés de 40, il ne reste rien. D'où je conclus que l'opération est juste.

Exercice.

	#	ʃ	ᵭ
Additionner	44	8	9.
	622	7	5.
	49	11	10.
	56	8	9.
	724	15	11.
	859	12	7.

Et faire la preuve.

	T.	P.	P.	L.
2°. Additionner	9	4	9	4.
	10	5	5	9.
	144	2	7	5.
	6	4	11	10.
	76	5	7	6.
Somme.	248 T.	5 P.	5 P.	10. L.
Preuve.	123	3	2	0.

Détail de l'opération.

4 et 9 font 13 et 5 font 18 et 10 font 28 et 6 font 34 lignes. Comme il faut 24 lignes (§. 391) pour faire 2 pouces, je pose 10 lignes sous la colonne des lignes, et retiens 2 pouces, en disant :

2 et 9 font 11 et 5 font 16 et 7 font 23 et 11 font 34 et 7 font 41 pouces. Comme il faut 36 pouces pour faire 3 pieds (§. 390), je retranche mentalement 36 de 41, il reste 5, que je pose sous la colonne des pouces, et je retiens 3 pieds, en disant :

3 et 4 font 7 et 5 font 12 et 2 font 14 et 4 font 18 et 5 font 23 pieds. Comme il faut 18 pieds (§. 389) pour faire 3 toises, je retranche mentale-

ment 18 de 23; il reste 5, que je pose sous la colonne des pieds, et je retiens 3 toises, en disant:

3 et 9 font 12 et 4 font 16 et 6 font 22 et 6 font 28 toises; je pose 8 toises, et retiens 2 dixaines de toises, en disant:

2 et 1 font 3 et 4 font 7 et 7 font 14 dixaines de toises; je pose 4 dixaines de toises, et retiens 1 centaine de toises, en disant:

1 et 1 font 2 centaines de toises.

Pour faire la preuve, je me réfère au §. 23, et je dis, en commençant par la gauche:

1 retranché de 2, il reste 1 que je pose au-dessous.

Je considère le reste 1 comme une dixaine, pour la joindre, par la pensée, au chiffre suivant 4 de la somme, ce qui me fait 14.

J'additionne la colonne suivante, et je dis:

1 et 4 font 5 et 7 font 12; retranchés de 14, il reste 2, que je pose au-dessous.

Je considère ce nouveau reste 2 toujours comme des dixaines, pour le joindre, par la pensée, au chiffre suivant 8 de la somme, ce qui me donne 28.

J'additionne la colonne suivante, et je dis:

9 et 4 font 13 et 6 font 19 et 6 font 25; retranchés de 28, il reste 3, que je pose au-dessous.

Cette colonne étant la dernière des toises, le reste 3 vaut 18 pieds, ce qui me fait, avec les 5 pieds de la somme, 23 pieds.

J'additionne la colonne des pieds, et je dis:

4 et 5 font 9 et 2 font 11 et 4 font 15 et 5 font

20; retranchés de 23, il reste 3, que je pose au-dessous.

Le reste 3 pieds valant 36 pouces, en les joignant aux pouces de la somme j'ai 41 pouces.

J'additionne la colonne des pouces, et je dis : 9 et 5 font 14 et 7 font 21 et 11 font 32 et 7 font 39, retranchés de 41, il reste 2, que je pose au-dessous.

Le reste 2 valant 24 lignes, en les joignant aux 10 lignes de la somme, j'ai 44 lignes.

J'additionne la colonne des lignes, et je dis : 4 et 9 font 13 et 5 font 18 et 10 font 28 et 6 font 34; retranchés de 34 il ne reste rien. D'où je conclus que l'opération est juste.

Exercices.

	T.	P.	p.	L.
Additionner	28 .	5 .	7 .	9.
	39 .	4 .	8 .	5.
	64 .	4 .	11 .	7.
	59 .	3 .	10 .	10.
	74 .	5 .	11 .	9.
	82 .	4 .	1 .	2.
	753 .	5 .	4 .	7.
	28 .	3 .	9 .	8.
	75 .	5 .	10 .	10.
	88 .	3 .	9 .	3.

Et faire la preuve.

	£. p.	M.	O.	G.	D.	g.
3°.	23 .	1 .	6 .	7 .	2 .	14.
	26 .	1 .	5 .	6 .	1 .	19.
	58 .	1 .	4 .	5 .	2 .	4.
Somme.	109 £. p. .	1 M. .	1 O. .	4 G. .	0 D. .	13.
Preuve.	12 .	2 .	2 .	2 .	1 .	0.

Détail de l'opération.

4 et 9 font 13 et 4 font 17 et 10 font 27 et 10 font 37 grains. Comme il faut 24 grains (§. 408) pour faire un denier, je retranche 24 grains de 37; j'ai pour reste 13 que je place sous la colonne des grains, et je retiens un denier, en disant :

1 et 2 font 3 et 1 font 4 et 2 font 6 deniers. Comme il faut 6 deniers pour faire 2 gros (§. 406), je pose 0 sous la colonne des deniers, et je retiens 2 gros, en disant :

2 et 7 font 9 et 6 font 15 et 5 font 20 gros. Comme il faut 16 gros pour faire 2 onces (§. 407), je retranche 16 gros de 20; j'ai pour reste 4 que je place sous la colonne des gros, et je retiens 2 onces en disant :

2 et 6 font 8 et 5 font 13 et 4 font 17 onces. Comme il faut 16 onces pour faire 2 marcs (§. 405), je retranche 16 onces de 17; j'ai pour reste 1 que je place sous la colonne des onces, et je retiens 2 marcs, en disant :

2 et 1 font 3 et 1 font 4 et 1 font 5 marcs. Comme il faut 4 marcs pour faire 2 livres (§. 404), je retranche 4 marcs de 5; j'ai pour reste 1 que je place sous la colonne des marcs, et je retiens 2 livres, en disant :

2 et 3 font 5 et 6 font 11 et 8 font 19 livres; je pose 9 livres, et retiens 1 dixaine de livres, en disant :

1 et 2 font 3 et 2 font 5 et 5 font 10. Je pose 10.

Pour faire la preuve, je me réfère toujours au §. 23, et je dis, en commençant par la gauche :

2 et 2 font 4 et 5 font 9, retranchés de 10, il reste 1, que je pose au-dessous.

Je considère le reste 1 comme une dixaine, pour la joindre, par la pensée, au chiffre suivant 9 de la somme, ce qui me fait 19.

J'additionne la colonne suivante, et je dis :

3 et 6 font 9 et 8 font 17 ; retranchés de 19, il reste 2, que je pose au-dessous.

Ce reste 2 étant 2 livres vaut 4 marcs (§. 404); en y ajoutant le marc de la somme, j'ai 5 marcs.

J'additionne la colonne des marcs, et je dis :

1 et 1 font 2 et 1 font 3; retranchés de 5, il reste 2, que je pose au-dessous.

Ce reste étant 2 marcs vaut 16 onces (§. 405); en y ajoutant l'once de la somme, j'ai 17 onces.

J'additionne la colonne des onces, et je dis :

6 et 5 font 11 et 4 font 15, retranchés de 17, il reste 2, que je pose au-dessous.

Ce reste étant 2 onces vaut 16 gros (§. 406), en y ajoutant les 4 gros de la somme, j'ai 20 gros.

J'additionne la colonne des gros, et je dis :

7 et 6 font 13 et 5 font 18; retranchés de 20, il reste 2, que je pose au-dessous.

Ce reste étant 2 gros vaut 6 deniers (§. 407).

J'additionne la colonne des deniers, et je dis :

2 et 1 font 3 et 2 font 5; retranchés de 6, il reste 1, que je pose au-dessous.

Ce reste étant 1 denier vaut 24 grains (§. 408); en y ajoutant les 13 grains de la somme, j'ai 37 grains.

J'additionne la colonne des grains, et je dis:

4 et 9 font 13 et 4 font 17 et 10 font 27 et 10 font 37; retranchés de 37, il ne reste rien. D'où je conclus que l'opération est juste.

Exercices.

Additionner

£. p.	M.	O.	G.	D.	g.
44	1	7	5	1	23.
12	1	6	4	2	18.
14	1	5	4	2	19.
62	1	3	7	1	15.

Et faire la preuve.

	F.	C.
4°.	534	28.
	239	52.
	864	29.
	578	84.
Somme.	2216 F.	93. C.
Preuve.	221	20. (§. 23.)

Détail de l'opération.

8 et 2 font 10 et 9 font 19 et 4 font 23 centimes. Je pose 3 centimes au-dessous, et retiens 2 décimes, en disant:

2 et 2 font 4 et 5 font 9 et 2 font 11 et 8 font 19 décimes. Je pose 9 décimes et retiens 1 franc, en disant:

1 et 4 font 5 et 9 font 14 et 4 font 18 et 8 font 26 francs. Je pose 6 francs, et retiens 2 dixaines de francs, en disant:

2 et 3 font 5 et 3 font 8 et 6 font 14 et 7 font

21 dixaines de francs; je pose 1 et retiens 2 centaines de francs, en disant :

2 et 5 font 7 et 2 font 9 et 8 font 17 et 5 font 22.

Pour faire la preuve, je me réfère au §. 23, et je dis, en commençant par la gauche :

5 et 2 font 7 et 8 font 15 et 5 font 20 ; retranchés de 22, il reste 2 que je pose au-dessous.

Je considère le reste 2 comme des dixaines que je joins, par la pensée, au chiffre suivant 1 de la somme, ce qui me donne 21.

J'additionne la colonne suivante, et je dis :

3 et 3 font 6 et 6 font 12 et 7 font 19; retranchés de 21, il reste 2.

Je considère ce nouveau reste 2 comme des dixaines que je joins, par la pensée, au chiffre suivant 6 de la somme, ce qui me fait 26.

J'additionne la colonne suivante en disant :

4 et 9 font 13 et 4 font 17 et 8 font 25; retranchés de 26, il reste 1.

Je considère ce nouveau reste 1 comme une dixaine que je joins, par la pensée, au chiffre suivant 9 de la somme, ce qui me fait 19.

J'additionne la colonne suivante en disant :

2 et 5 font 7 et 2 font 9 et 8 font 17; retranchés de 19, il reste 2, que je pose au-dessous.

Enfin, je considère ce nouveau reste 2 comme des dixaines que je joins, par la pensée, au chiffre suivant 3 de la somme, ce qui me donne 23.

J'additionne la colonne suivante, et je dis :

8 et 2 font 10 et 9 font 19 et 4 font 23; re-

tranchés de 23, il ne reste rien. D'où je conclus que l'opération est juste.

489. On voit par ce dernier exemple quel immense avantage le nouveau système a sur l'ancien, puisque les retenues sont uniformes, et se font toujours par collections de dixaines des ordres respectifs.

Ce principe s'applique non seulement aux nouvelles monnaies, mais aux mesures linéaires, itinéraires, aux mesures de capacité, à celles de surface, aux poids, etc., du nouveau système.

Exercices.

	F.	C.
Additionner	334	25.
	528	48.
	366	72.
	548	43.
	849	56.

Et faire la preuve.

Additionner	529Mt.	49.
	434	54.
	325	29.
	634	34.
	866	75.
	476	28.
	889	74.

Et faire la preuve.

Exemples de soustraction.

490. François est né le 28 août 1792; quel est son âge au 24 juillet 1827?

	ans.	mois.	jours.
	1827	. 6	. 24.
	1792	. 7	. 28.
Age de François.	34 ans.	10 mois.	26 jours.
Preuve.	1827	. 6	. 24.

Pour connaître l'âge de François, j'ai mis en regard l'époque de sa naissance et celle du jour où l'on désirait connaître son âge, et j'ai placé l'époque de sa naissance au-dessous, comme étant le nombre moindre.

J'ai compté le nombre de mois à partir du mois de janvier 1792 inclusivement, jusqu'au mois d'août exclusivement, j'ai trouvé 7 que j'ai écrit à la place des mois, et j'ai mis 28 à la place des jours.

J'ai compté également le nombre de mois à partir du mois de janvier 1827 inclusivement, jusqu'au mois de juillet exclusivement; j'ai trouvé 6 que j'ai écrit à la place des mois, et j'ai mis 24 à la place des jours.

Une année ne finissant qu'au 31 décembre, il semble au premier coup-d'œil que je n'aurais dû écrire que 1791 et 1826 au lieu de 1792 et 1827, puisque j'ai compté les mois et les jours; mais il est plus commode de compter comme j'ai fait, parce que la différence, ou l'âge que l'on cherche, ne change pas par cette augmentation d'une unité donnée en même temps au nombre inférieur et au nombre supérieur.

Détail de l'opération.

De 24 jours retranché 28 jours, ne se peut;

j'emprunte sur les six mois un mois qui vaut 30 jours (1), et je dis : 30 et 24 font 54; de 54 retranché 28, il reste 26. Je pose 26 à la place des jours.

Les six mois ne comptant plus que pour 5, par l'emprunt qui vient d'être fait, je dis :

De 5 mois retranché 7 mois, ne se peut; j'emprunte sur sept ans une année qui vaut 12 mois, et je dis : 12 et 5 font 17; de 17 retranché 7, il reste 10. Je pose 10 à la place des mois.

Les 7 ans ne comptant plus que pour 6, par l'emprunt qui a été fait, je dis :

De 6 retranché 2, il reste 4. Je pose 4.

Je dis ensuite :

De 2 retranché 9, ne se peut; j'emprunte sur le 8 un qui vaut 10, et 2 font 12; de 12 retranché 9, il reste 3.

Je fais la preuve d'après le principe du §. 24, et je dis :

28 jours et 26 jours font 54 jours, c'est-à-dire 1 mois et 24 jours; je pose 24 à la place des jours, et je retiens 1 mois.

Je dis ensuite :

1 et 7 font 8 et 10 font 18 mois, c'est-à-dire une année et 6 mois; je pose 6 à la place des mois, et je retiens une année.

Je dis ensuite :

2 et 1 font 3 et 4 font 7; je pose 7.

9 et 3 font 12; je pose 2, et retiens 1.

(1) Dans les cas semblables à celui-ci, on ne connaît pas de mois de 31, de 28 ou de 29 jours.

7 et 1 font 8; je pose 8, et 1 à côté.

Je retrouve le nombre supérieur, 1827 ans 6 mois 24 jours, ce qui prouve que l'opération est juste.

Exercices.

Joseph est né le 28 septembre 1744; il est mort le 3 février 1804. Quel âge avait-il à sa mort?

Combien de temps s'est-il écoulé depuis le 3 novembre 1520, jusqu'au 2 avril 1688?

Un marchand a vendu 534£ 4 onces de laine; on lui en a rendu 84£ 7 onces; combien doit-on lui en payer?

Faire les soustractions suivantes.

	T.	P.	p.	L.		
1°.	28	4	7	8.		
	15	4	8	9.		

	£	M.	O.	G.	D.	g.
2°.	26	1	7	5	2	22.
	15	1	7	6	2	23.

	#	ʃ	₰
3°.	602	12	4.
	493	14	5.

Exemples de multiplications.

491. Un marchand a vendu 534 aunes 3/4 de drap à 56 francs l'aune; à combien se monte le tout?

	534 aunes 3/4
	56 f
Prix de 534 aunes à 6 f.	3204
Prix de 534 aunes à 50 f.	2670
Prix d'une demi-aune à 56 f.	28
Prix d'un quart-d'aune à 56 f.	14
Prix total.	29946 f

29946	56
194	534. 3/4 première preuve.
266	
42	
4	
168/4	
00	

29946	534. 3/4
4	4
119784	2139
12834	56 seconde preuve.
0000	

Détail de l'opération.

J'ai commencé par chercher le prix de 534 aunes à 6 francs l'aune, c'est-à-dire que j'ai multiplié 534 par 6, et j'ai trouvé pour produit 3204 francs.

J'ai ensuite cherché le prix de 534 aunes à 50 fr. l'aune, c'est-à-dire que j'ai multiplié 534 par 50, et j'ai trouvé pour produit 26700 francs.

Pour avoir le prix de 3/4 d'aune à 56 fr. l'aune, j'ai d'abord pris pour 2/4, c'est-à-dire pour une

demi-aune; en simplifiant la fraction 2/4 d'après le principe du §. 87; j'ai donc pris la moitié de 56 fr., qui est le prix de l'aune, et j'ai trouvé 28 fr.

Il m'est resté 1/4 d'aune, qui évidemment coûte la moitié de ce que coûtent 2/4; j'ai donc pris la moitié de ce qu'ont coûté 2/4, c'est-à-dire la moitié de 28 fr., et j'ai trouvé 14 fr. pour le prix d'1/4 d'aune.

J'ai additionné le tout, et ai trouvé que le prix total est de 29946 fr.

Pour la preuve, j'ai fait usage du principe du §. 47, en divisant le produit par l'un des deux facteurs 56 et 534 3/4.

En divisant par 56, j'ai d'abord trouvé pour quotient 534. Il m'est resté 42 à diviser par 56. Comme il s'en fallait de 3/4 que mon quotient fût complet, j'ai converti 16 en quarts, d'après le principe du §. 81; j'ai trouvé 168/4.

J'ai pris la 56me partie de 168/4, d'après le principe du §. 131, et j'ai trouvé pour quotient 3/4, sans reste.

J'ai conclu de-là que l'opération est juste.

492. J'ai aussi fait la preuve en prenant pour diviseur l'autre facteur 534.3/4 qui est le multiplicande, et j'ai multiplié le dividende 29946 et le diviseur 534.3/4 par le même nombre, ce qui (§. 52) ne change pas la valeur du quotient. J'ai trouvé pour dividende et diviseur définitifs 119784 et 2139. Effectuant la division, j'ai obtenu le facteur 56, ce qui m'a servi de seconde preuve.

493. Ceux qui sont novices dans l'étude des mathématiques trouveront peut-être bizarre qu'en divisant des francs par des francs, on trouve pour quotient des aunes, et qu'en divisant des francs par des aunes, on trouve pour quotient des francs. En pareil cas, ils devront toujours considérer les nombres comme abstraits, et leur bon sens suffira pour décider de quelle nature est le nombre qu'ils cherchent.

494. Un marchand a vendu 826 aunes 7/8 de drap à 37 fr. 55 cent. l'aune; à combien se monte le tout?

37 fr. 55 cent., c'est la même chose que 3755 c.

	3755 c.
	826 aunes 7/8.
Prix de 6 aunes à 3755 centimes l'aune.	22530
Prix de 20 aunes à 3755 centimes l'aune.	7510
Prix de 800 aunes à 3755 centimes l'aune.	30040
Prix de 4/8 ou 1/2 aune à 3755 c l'aune.	1877 . 1/2
Prix de 2/8 ou 1/4 d'aune à 3755 c. l'aune.	938 . 3/4
Prix de 1/8 d'aune à 3755 c. l'aune.	469 . 3/8
Prix total.	31049 f, 15 c . 5/8

31049 f. 15 c. 5/8	3755 f c
10091	826.7/8. Première preuve.
25815	
3285	
8	
26285/8	
0000	

31049 f. 15 c. 5/8	826.7/8
8	8
24839325	6615
40943	3755 Seconde preuve.
36382	
33075	
0000	

Détail de l'opération.

Ici j'ai trouvé plus commode de prendre le prix pour multiplicande, parce que ce facteur a un chiffre de plus que l'autre, et que si je l'avais adopté pour multiplicateur, j'aurais été obligé d'écrire une ligne de plus pour les produits partiels.

J'ai d'abord cherché le prix de 6 aunes à 3755 centimes l'aune, j'ai trouvé 22530 centimes.

J'ai ensuite cherché le prix de 20 aunes à 3755 centimes l'aune, et j'ai obtenu 75100 centimes.

J'ai cherché après cela le prix de 800 aunes à 3755 centimes l'aune, et j'ai trouvé 3004000 centimes.

Pour avoir le prix de 7/8 d'aune à 3755 centimes l'aune, j'ai commencé par prendre pour 4/8, c'est-à-dire pour une demi-aune, en simplifiant la fraction 4/8, d'après le principe du §. 87; j'ai donc pris la moitié de 3755 centimes, qui est le prix de l'aune, et j'ai trouvé 1877 cent. 1/2.

Il m'est resté 3/8 d'aune, sur lesquels j'ai pris 2/8, ou en simplifiant 1/4, qui évidemment coûte la moitié de ce que coûtent 4/8; j'ai donc pris la moitié de ce qu'ont coûté 4/8, c'est-à-dire la moitié de 1877 centimes 1/2, et j'ai dit:

La moitié de 18 est 9; j'ai posé 9.

Ensuite la moitié de 7 est 3; j'ai posé 3.

Il en reste 1 qui vaut 10 et 7 font 17, la moitié de 17 est 8; j'ai posé 8.

Il en reste 1 qui vaut 2/2, et qui avec 1/2 fait 3/2; la moitié de 3/2 est 3/4 (§. 144); car prendre la moitié de 3/2, c'est multiplier 3/2 par 1/2.

Les 2/8 d'aune, ou 1/4 d'aune ont donc coûté 938 centimes 3/4.

Enfin 1/8 étant la moitié de 2/8, vaut la moitié de ce qu'ont coûté 2/8, c'est-à-dire la moitié de 938 centimes 3/4; en sorte que j'ai dit :

La moitié de 9 est 4; j'ai posé 4.

Il en reste 1 qui vaut 10 et 3 font 13, la moitié de 13 est 6; j'ai posé 6.

Il en reste 1 qui vaut 10 et 8 font 18, la moitié est 9; j'ai posé 9.

La moitié de 3/4 est 3/8 (§. 144); car prendre la moitié de 3/4 c'est multiplier 3/4 par 1/2; j'ai posé 3/8.

J'ai fait deux fois la preuve comme précédemment.

Exercices.

J'ai acheté 384 aunes 5/12 de toile à 5 fr. 75 cent. l'aune; combien ai-je déboursé?

J'ai acheté 625 aunes 7/24 de ruban à 95 c. l'aune; à combien se monte le tout?

Combien coûtent 755 aunes 11/32 de drap à 25 fr. 45 c. l'aune?

495. Un marchand a vendu 5859 aunes 5/6 de drap à 28 fr. 65 cent. ou 2865 cent. l'aune; à combien se monte le tout?

	5859 aunes 5/6	
	2865 c	
Prix de 5859 aunes à 5 cent.	29295	
Prix de 5859 aunes à 60 cent.	35154	
Prix de 5859 aunes à 8 f.	46872	
Prix de 5859 aunes à 20 f.	11718	
Prix de 3/6 ou 1/2 aune à 2865 cent.	1432. 1/2	
Prix de 2/6 ou 1/3 d'aune à 2865 cent.	955.	
Prix total.	16788422. 1/2 (f c)	2865
	24634	5859. 5/6 Première preuve.
	17142	
	28172	
	2387	
	6	
	14325/6	
	0000	

16788422.1/2 c	5859.5/6 aunes.
6	6.
100730535	35159 Seconde preuve.
304125	2865
228533	
175795	
00000	

496. Lorsque, comme dans le §. 494, le prix de l'aune sert de multiplicande, l'on multiplie le prix total de l'aune par chacun des chiffres du nombre d'aunes.

Comment fait-on lorsque dans une multiplication le prix de l'aune sert de multiplicande?

497. Mais lorsque, comme dans le §. 495, le nombre d'aunes sert de multiplicande, l'on mul-

Comment fait-on lorsque dans une multiplication le nombre d'aunes sert de multiplicande?

tiplie le nombre total d'aunes par chacun des chiffres du prix de l'aune.

Lequel des deux facteurs convient-il de prendre pour multiplicande?

498. Il ne faut pas perdre de vue qu'il convient toujours de prendre pour multiplicande celui des deux facteurs qui a le plus de chiffres.

499. Un marchand a vendu 564 aunes 15/16 de drap à 52 fr. 55 cent. ou 5255 cent. l'aune; à combien se monte le tout?

	5255. (c)
	564.15/16
Prix de 4 aunes à 5255 c. l'aune.	21020
Prix de 60 aunes à 5255 c.	31530
Prix de 500 aunes à 5255 c.	26275
Prix de 8/16 ou 1/2 aune à 5255 c.	2627.1/2
Prix de 4/16 d'aune à 5255 c.	1313.3/4
Prix de 2/16 d'aune à 5255 c.	656.7/8
Prix d'1/16 d'aune à 5255 c.	328.7/16
	2968746.9/16 (c)

```
2968746.9/16 | 5255
             |------------------------------
34124        | 564.15/16 Première preuve.
 25946
  4926
    16
-------
 29565
 4926
-------
 78825/16
 26275
  0000
```

```
2968746.9/16 | 564.15/16
             |-----------
     16      |  16
------------  -----------
17812485       3399
2968746        564
------------  -----------
47499945     | 9039
             |-----------
 23049       | 5255 Seconde preuve.
  49714
   45195
    0000
```

500. Un marchand a vendu 584 aunes 2/3 d'étoffe à 5 fr. 85 cent. ou 585 cent.; à combien se monte le tout?

	aunes 584.2/3
	c 585
Prix de 584 aunes à 5 c. l'aune.	2920
Prix de 584 aunes à 80 c.	4672
Prix de 584 aunes à 500 c.	2920
Prix d'1/3 d'aune à 585 c.	195
Prix d'1/3 d'aune à 585 c.	195

c 342030	585
4953	584.2/3 Première preuve.
2730	
390	
3	
1170/3	
000	

c 342030	584.2/3
3	3
1026090	1754
14909	585 Seconde preuve.
8770	
0000	

501. L'on a acheté 528 aunes 7/8 à 14 # 19 ſ 6 d l'aune; à combien se monte le tout?

	aunes.	
	528 7/8	
	# ſ d	
	14 19 6	
Prix de 528 aunes à 4 # l'aune.	2112	
Prix de 528 aunes à 10 # l'aune.	528	
Prix de 528 aunes à 10 sous l'aune.	264 .	
Prix de 528 aunes à 5 sous l'aune.	132 .	
Prix de 528 aunes à 4 sous l'aune.	105 . 12	
Prix de 528 aunes à 6 d l'aune.	13 . 4.	
Prix de 4/8 ou 1/2 aune à 14 # 19 ſ 6 d l'aune.	7 . 9 . 9.	
Prix de 2/8 d'aune à 14 # 19 ſ 6 d l'aune.	3 . 14 . 10.	1/2
Prix d'1/8 d'aune à 14 # 19 ſ 6 d l'aune.	1 . 17 . 5.	1/4
Prix total.	7919 # 18 ſ 0 d 3/4	

7919 # 18 ſ 0 d 3/4	14 # 19 ſ 6 d
20	20
158398	299
12	12
1900776.3/4	3594
10377	528.7/8 1re. Preuve.
31896	
3144	
8	
25158/8	
0000	

7919 # 18 ſ 0 d 3/4	528 aunes 7/8
8	8
63359 . 4 ſ 6 d	4231
21049	14 # 19 ſ 6 d Seconde preuve.
4125	
20	
82504 ſ	
40194	
2115	
12	
25386 d	
0000	

502. Quel est le montant de 849 T. 4 P. 7 p. 6 L. de planches à raison de 7 fr. 25 cent. ou 725 cent. la toise, abstraction faite de la largeur et de l'épaisseur?

```
                                                T   P  p  l
                                               849. 4. 7. 6.
                                                  c
                                                 725.
                                              ----------------
Prix de 849 toises à 5 c. la toise.             4245
Prix de 849 toises à 20 c. la toise.           1698
Prix de 849 toises à 7 f. la toise.           5943
Prix de 3 pieds à 7 f. 25 c. la toise.          362 .   1/2
Prix d'1 pied à 7 f. 25 c. la toise.            120 .   5/6
Prix de 6 pouces à 7 f. 25 c. la toise.          60 .   5/12
Prix d'1 pouce à 7 f. 25 c. la toise.            10 .   5/72
Prix de 6 lignes à 7 f. 25 c. la toise.           5 .   5/144
                                           ---------------------
                                             616083 . 123/144
                                                864 .
                                           ---------------------
                                            2464332
                                           3696498
                                          4928664
                                                738
                                          -----------
                                          532296450
                                            1835505
                                             3671010
                                              000000
                                          -----------
                                          532296450
                                            3117645
                                             6120450
                                              482850
                                                   6
                                          -----------
                                             2897100
                                              391500
                                                  12
                                          -----------
                                             4698000
                                              313200
                                                  12
                                          -----------
                                             3758400
                                              000000
```

```
   T  P  p  l
 849. 4. 7. 6.
      6
-------------
  5098
    12
-------------
 61183
    12
-------------
|734202
-------------
 725 Première preuve.
-------------

   725
   864
-------------
  2900
 4350
5800
-------------
|626400
-------------
  T  P  p  l
849. 4. 7. 6. Seconde preuve.
```

Exercices.

Quel est le montant de 758 T. 5 P. 8 p. 9 L. à 26 fr. 35 cent., ou 2635 cent. la toise?

Quel est le montant de 42 £ 1 M. 7 O. 5 G. 8 D. 15 g.?

Faire la double preuve de ces deux opérations.

De l'intérêt.

Qu'est-ce que l'intérêt?

503. L'intérêt est le *loyer* de l'argent; c'est le bénéfice que le prêteur reçoit de la somme qu'il a prêtée.

Comment s'exprimait-on anciennement pour déterminer l'intérêt?

504. Pour déterminer l'intérêt, on disait anciennement, telle somme au denier 20, telle somme au denier 25, ce qui veut dire que l'on prêtait telle ou telle somme moyennant un bénéfice de la vingtième ou de la vingt-cinquième partie de la somme pendant un an.

Que signifie *au denier vingt, au denier vingt-cinq?*

Quand on dit, sans autre explication, qu'une somme a été prêtée au *denier vingt*, qu'est-ce que cela signifie?

505. Quand on dit, sans autre explication, qu'une somme a été prêtée au denier vingt, cela veut dire que l'on a prêté cette somme à raison d'un bénéfice de la vingtième partie de la somme, sous la condition de laisser ladite somme pendant une année entre les mains de l'emprunteur.

Quel terme de comparaison prenait-on en désignant par le denier *tant* l'intérêt de l'argent?

506. En désignant par le denier *tant* l'intérêt de l'argent, on prenait pour terme de comparaison, comme on le prend encore aujourd'hui, le nombre *cent*, et le quotient résultant de la division du nombre *cent*, par le denier *tant*, s'appelait le taux de l'intérêt.

Comment s'appelait le quotient résultant de la division du nombre *cent* par le denier *tant?*

En prêtant de l'argent au denier vingt, quel est le taux auquel on prêtait?

Ainsi en prêtant de l'argent au denier 20, on prêtait au taux de 5 d'intérêt, parce qu'en divisant 100 par 20, on a 5 pour quotient.

Que signifie *prêter de l'argent* à 5 o/o, à 4 o/o, à 3 o/o, etc?

507. Aujourd'hui on dit que l'on prête de l'argent à 5 o/o (1), à 4 o/o, à 3 o/o, pour signifier que l'on prête de l'argent à raison d'un intérêt

(1) L'abréviation o/o signifie *pour cent*.

de 5, de 4, de 3, etc., pour chaque nombre *cent* pendant une année.

En sorte que si la somme prêtée se compose de livres tournois, on reçoit un intérêt de 5 livres pour chaque cent livres tournois; si la somme prêtée se compose de francs, on a un intérêt de 5 francs pour chaque cent francs; si elle se compose de sous, on a un intérêt de 5 sous pour chaque cent sous, et ainsi du reste.

508. Si au lieu de prêter à 5 o/o, à 4 o/o, à 3 o/o, etc., l'on prêtait à 1 o/o, l'on recevrait 1 d'intérêt pour chaque cent de la somme proposée, c'est-à-dire que l'on recevrait la centième partie de la somme proposée.

En prêtant à 1 o/o, combien reçoit on d'intérêt?

Or, on obtient la centième partie d'un nombre entier, en séparant les deux derniers chiffres à droite par une virgule (§. 150).

Comment obtient-on la centième partie d'un nombre entier?

509. Donc on obtient 1 o/o d'intérêt d'une somme qui n'a pas de fraction, en séparant les deux derniers chiffres à droite, par une virgule.

510. Donc pour obtenir 1 o/o d'une somme qui a des francs et des centimes, on recule la virgule à gauche de deux chiffres;

Comment fait-on pour obtenir 1 o/o d'intérêt d'une somme qui a des francs et des centimes?

Car d'après le §. 152, on divise un nombre entier accompagné de chiffres décimaux par le nombre 100, en reculant la virgule, vers la gauche, de deux chiffres.

Comment divise-t-on par le nombre 100 un nombre entier accompagné de chiffres décimaux?

511. Donc pour obtenir 1 o/o d'intérêt d'une somme quelconque composée de nombres entiers et de chiffres décimaux, on recule la virgule, vers la gauche, de deux chiffres.

Comment obtient-on 1 o/o d'intérêt d'une somme quelconque composée de nombres entiers et de chiffres décimaux?

Comment obtient-on l'intérêt à un taux donné d'une somme composée de nombres entiers?

512. Donc pour obtenir l'intérêt à un taux donné d'une somme composée de nombres entiers, on sépare les deux derniers chiffres, à droite, par une virgule, et l'on multiplie la somme ainsi changée par le taux de l'intérêt; le produit sera l'intérêt de la somme entière proposée.

Qu'il soit, par exemple, question de prendre l'intérêt à 5 o/o de 6748 fr. Je sépare les deux derniers chiffres par une virgule, pour obtenir 1 o/o, selon ce qui est enseigné au §. 509, et je multiplie 67,48 par 5; le produit 337 fr. 40 cent. est l'intérêt de 6748 fr. à 5 o/o. Car il est clair que l'intérêt à 5 o/o doit être 5 fois aussi fort que l'intérêt à 1 o/o.

Comment obtient-on l'intérêt à un taux donné d'une somme composée de nombres entiers et de chiffres décimaux?

513. Donc pour obtenir l'intérêt à un taux donné, d'une somme composée de nombres entiers et de chiffres décimaux, on recule la virgule, à gauche, de deux chiffres, et l'on multiplie la somme ainsi changée par le taux de l'intérêt; le produit sera l'intérêt de la somme entière proposée.

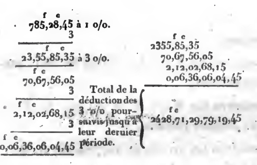
Soit proposé de chercher l'intérêt à 5 o/o de la somme de 6748 fr. 28 cent.

Je recule la virgule de 2 chiffres pour obtenir l'intérêt à 1 o/o, selon ce qu'enseigne le §. 510. Je trouve pour résultat 67 fr. 48c,28 que je multiplie par 5; mon produit 337 fr. 41c,40 est l'intérêt de la somme proposée à 5 o/o.

514. On est quelquefois appelé à déduire tant pour cent d'une somme, en vertu de la retenue qui a lieu dans certaines administrations, et ce

tant pour cent se poursuit jusqu'à ce que le résultat ne donne plus de centime.

Soit proposé de prendre les 3 o/o de 78528 fr. 45 cent. pour les en déduire.



Détail de l'opération.

J'ai commencé par prendre les 3 o/o de 78528 fr. 45 cent., et j'ai obtenu 2355 fr. 85c,35, en vertu des §§. 509 et 513.

J'ai pris ensuite les 3 o/o de 2355 fr. 85c,35, et j'ai trouvé 70 fr. 67c,56,05, en vertu des §. 509 et 513.

Passant au nombre 70 fr. 67c,56,05, j'en ai aussi pris les 3 o/o, et j'ai obtenu 2 fr. 12c,02,68,15, en vertu des §§. 509 et 513.

Enfin, j'ai pris le 3 o/o de 2 fr. 12c,02,68,15, et j'ai trouvé o fr. 06c,36,06,04,45 en vertu des §§. 509 et 513.

Additionnant les différens résultats, et négligeant les valeurs inférieures à 1 centime, j'ai trouvé 2428 fr. 71 cent.

Exercices.

Poursuivre les 3 o/o de 115634 fr. 22 cent. jusqu'à ce que les résultats ne donnent plus de centimes.

En faire autant pour la somme de 534725 fr. 35 centimes.

Poursuivre les 5 o/o de 715648 fr. 28 c. jusqu'à épuisement.

Poursuivre les 6 o/o de 8,754,382 fr. 35 c. jusqu'au dernier période.

Poursuivre les 10 o/o de 10,789,567 fr. 82 c. jusqu'à la fin.

515. On voit donc que pour prendre le tant pour cent dans le système décimal, ou pour prendre l'intérêt d'une année, il suffit d'une simple multiplication.

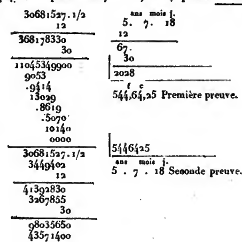
516. Mais quand il s'agit des multiples et sous-multiples d'une année, l'opération devient plus longue.

De combien de jours se composent les mois dans le commerce?

Dans le commerce, les mois sont toujours de 30 jours.

Soit proposé de chercher l'intérêt de 54464 fr. 25 cent., pendant 5 ans 7 mois 18 jours, à raison de 5 o/o par an.

	f. c.
Intérêt de 54,464 f. 25 c. pendant un an, à 1 o/o par an. . .	544,64,25
	ans m. j. 5. 7. 18.
	f. c.
Intérêt de 54464 f. 25 c. pendant 5 ans à 1 o/o par an.	2723,21,25
Intérêt de 54464 f. 25 c. pendant 6 mois à 1 o/o par an.	272 32 12. 1/2
Intérêt de 54464 f. 25 c. pendant 1 mois à 1 o/o par an.	45 38 68. 3/4
Intérêt de 54464 f. 25 c. pendant 15 jours à 1 o/o par an.	22 69 34. 3/8
Intérêt de 54464 f. 25 c. pendant 3 jours à 1 o/o par an.	4 53 86. 7/8
	f. c.
Int. de 54464 f. 25 c. pend. 5 ans 7 m. 18 j. à 1 o/o par an.	3068 15 27. 1/2



Détail de l'opération.

J'ai d'abord pris l'intérêt de 54464 fr. 25 c. à raison de 1 o/o par an, et j'ai trouvé 544 fr. 64 cent., 25, en vertu du §. 511.

J'ai ensuite multiplié ce résultat par 5, et j'ai obtenu 2723 fr. 21 cent., 25, pour l'intérêt de 5 ans, à raison de 1 o/o par an.

J'ai cherché l'intérêt de 54464 fr. 25 cent. pendant 6 mois, à raison de 1 o/o par an, et j'ai trouvé 272 fr. 32 cent., 12 1/2.

J'ai cherché ensuite l'intérêt de 54464 fr. 25 c.

pendant 1 mois, à raison de 1 o/o par an, en prenant la sixième partie de l'intérêt qu'ont produit 6 mois, et j'ai trouvé 45 fr. 38 cent. 68 9/12 ou 3/4.

J'ai pris l'intérêt de 54464 fr. 25 cent., pendant 15 jours, à raison de 1 o/o par an, en cherchant la moitié de l'intérêt qu'a produit un mois, et j'ai obtenu 22 fr. 69 cent. 34 3/8.

Enfin, j'ai cherché l'intérêt de 54464 fr. 25 c. pendant 3 jours, à raison de 1 o/o par an, en prenant la cinquième partie de l'intérêt qu'ont produit 15 jours, et j'ai trouvé 4 fr. 53 c. 86 7/8.

L'intérêt total de 54464 fr. 25 cent. pendant 5 ans 7 mois 18 jours, à raison de 1 o/o par an, se monte à 3068 fr. 15 cent. 27 1/2, et par conséquent pour avoir l'intérêt à 5 o/o, on multipliera ce résultat par 5.

Lorsque le taux de l'intérêt est un sous-multiple de cent, de combien de manières peut-on prendre l'intérêt d'une somme?

517. Lorsque le taux de l'intérêt est un sous-multiple de 100, on peut aussi prendre l'intérêt d'une somme en divisant la somme proposée par le quotient qui résulte de la division de 100 par le taux de l'intérêt.

Ainsi, lorsque l'intérêt est à 5 o/o, comme en divisant 100 par 5 on a pour quotient 20, on n'a qu'à prendre la vingtième partie de la somme proposée pour avoir l'intérêt de cette somme à 5 o/o.

Lorsque l'intérêt est à 4 o/o, comme en divisant 100 par 4 on a pour quotient 25, on n'a qu'à prendre la vingt-cinquième partie de la somme proposée pour obtenir l'intérêt de cette somme à 4 o/o.

C'est de-là qu'est née l'ancienne manière de désigner l'intérêt en disant *au denier vingt, au denier vingt-cinq , etc.*

518. Les commençans confondent assez souvent le 1/8 o/o avec le 8 o/o, en sorte qu'il est bon de les prémunir contre cette grave erreur.

Le 1/8 o/o n'est que la 8me partie d'1 o/o.

519. Donc pour prendre le 1/8 o/o d'une somme, il faut commencer par prendre le 1 o/o de cette somme (§. 509), et prendre ensuite la 8me partie de ce qu'aura fourni 1 o/o.

Comment prend-on le 1/8 o/o d'une somme?

Exercices.

Déduire le 1/8 o/o de 54538 fr. 25 cent.

Ajouter le 1/8 o/o à 38966 fr. 75 cent.

De l'Intérêt simple.

520. On appelle *intérêt simple* celui qu'on retire uniformément de la somme prêtée sans le joindre au capital, pour produire de nouveaux intérêts.

Qu'appelle-t-on intérêt simple?

521. L'*intérêt composé* est celui qui se capitalise tous les ans ou tous les six mois, selon les conventions, en l'ajoutant à la somme déjà prêtée pour le laisser entre les mains de l'emprunteur.

Qu'appelle-t-on intérêt composé?

Les règles qui s'y appliquent trouveront mieux leur place lorsqu'il sera question des logarithmes.

522. L'opération du §. 516 est très bonne pour l'usage ordinaire, mais il est souvent plus commode de chercher l'intérêt par le nombre de jours.

Qu'il soit, par exemple, question de chercher

l'intérêt de 4832 fr. pour 88 jours, à raison de 5 o/o par an.

En vertu du §. 511 je trouve 48 fr. 32 cent. pour l'intérêt de 4832 fr. à raison de 1 o/o par an.

Je trouverai donc 5 fois 48 fr. 32 cent. pour l'intérêt de 4832 fr., à raison de 5 o/o par an; c'est-à-dire 241 fr. 60 cent.

Et puisque 241 fr. 60 cent. est l'intérêt de 4832 fr. pendant une année ou 360 jours, l'intérêt d'un jour sera la 360me partie de 241 fr. 60 c., ce qui s'exprime de cette manière: 241 f. 60 c./360; ou, pour faire disparaître la fraction décimale, 24160 fr./36000, en multipliant le numérateur et le dénominateur par 100.

Comment obtient-on l'intérêt d'un jour d'une somme quelconque à un taux annuel quelconque?

523. Il résulte de-là que pour obtenir l'intérêt d'un jour, d'une somme quelconque, à un taux annuel quelconque, il faut multiplier la somme proposée par le taux annuel, et diviser le produit par 100 fois le nombre des jours de l'année ou 36000.

Comment trouve-t-on l'intérêt d'un nombre quelconque de jours, d'une somme quelconque, à un taux annuel quelconque?

524. Donc pour trouver l'intérêt d'un nombre quelconque de jours, d'une somme quelconque, à un taux annuel quelconque, il faut multiplier la somme proposée par le taux de l'intérêt et le nombre de jours, et diviser le produit par 100 fois le nombre des jours d'une année ou 36000.

Nous trouverons ainsi que l'intérêt de 4832 fr. pendant 88 jours, au taux annuel de 5 o/o, est de 59 fr. 06 cent., à moins d'1 centime près.

525. Comme on peut diviser les deux termes d'une fraction ou d'une expression fractionnaire, sans en changer la valeur (§. 87), il s'ensuit

qu'on peut simplifier le principe du §. 524, en supprimant au numérateur le facteur qui représente le taux annuel, et en divisant le dénominateur par le même taux, ce qui donne 7200 pour quotient, lorsque le taux est à 5. En sorte que

526. Pour trouver l'intérêt d'un nombre quelconque de jours, d'une somme quelconque, à un taux annuel quelconque, il faut multiplier la somme proposée par le nombre de jours, et diviser le produit par le quotient qui résulte de la division du nombre 36000 par le taux annuel.

Comment peut-on simplifier l'opération par laquelle on cherche l'intérêt d'un nombre quelconque de jours, d'une somme quelconque, à un taux annuel quelconque?

On peut remarquer que le nombre 7200 est 20 fois aussi grand que le nombre de jours de l'année commerciale, qui est de 360, et comme il est diviseur dans le cas du taux à 5 o/o, il répond au denier 20.

527. Il résulte encore du § 523 que toutes les fois que le taux de l'intérêt annuel est un nombre entier, l'intérêt de 1 fr. pendant un jour, est exprimé par une fraction qui a pour numérateur le taux de l'intérêt, et pour dénominateur le nombre invariable 36000.

Lorsque le taux de l'intérêt annuel est un nombre entier de francs, comment exprime-t-on l'intérêt d'un franc pendant un jour?

Car lorsque la somme proposée est 1 fr., il est clair que le numérateur de l'expression fractionnaire par laquelle on représente l'intérêt, au lieu d'avoir 2 facteurs, savoir, la somme proposée et le taux annuel, n'a plus que le facteur qui représente le taux annuel, puisque le facteur 1 est nul, la multiplication d'un nombre quelconque par 1, donnant toujours pour produit le nombre lui-même.

Exercices.

Quel est l'intérêt de 52629 fr., à raison de 5 o/o par an, pendant un jour?

Quel est l'intérêt de 52629 fr. à raison de 5 o/o par an, pendant 28 jours?

Combien 52629 fr. donnent-ils d'intérêt à raison de 5 o/o par an, pendant 78 jours?

Combien 48629 fr. donnent-ils d'intérêt pendant 128 jours, à raison de 6 o/o par an?

Quel est l'intérêt de 4456 fr. 22 c., à raison de 1 o/o par an pendant un an?

Combien 4456 fr. 22 c. donnent-ils d'intérêt à raison de 5 o/o par an pendant un an?

Quel est l'intérêt de 72784 fr. 35 c., à raison de 1 o/o par an pendant 35 jours?

528. Le principe du §. 526 sert de base à l'usage des comptes courans que les négocians ont généralement adopté.

En voici un modèle.

Abréviations.

S/C signifie . . . . son compte.
S/T. . . . . sa traite.
Pr. . . . . pour.
N/R. . . . . notre remise.
S/R. . . . . sa remise.
N/T. . . . . notre traite.
S/L. . . . . sur lui.
N/ville . . . . notre ville.

DOIT ÉTIENNE de Paris, S/C courant et d'intérêts réciproques à 5 % par an, fixé au 15 Décembre 1818, chez PAUL, du Hâvre. AVOIR.

Dates des Inscriptions		Sommes			Dates des Échéances		Jours.	Nombres.	Dates des Inscriptions.		Sommes.			Dates des Échéances.		Jours.	Nombres.
1818.		F.	C.						1818.		F.	C.					
Juin.	4	5328	«	Pr S/T sur nous . . .	7	Juillet.	158	841824	Mars.	4	4529	«	Pr. S/R sur N/ville .	30	Mai.	195	883155
Août.	17	5624	«	Pr son mandat sur nous.	29	Août.	106	596144	Mai.	6	2386	«	Pr. N/T S/L. . . .	25	Août.	110	262460
«	28	1429	«	Pr N/R sur Paris . . .	5	Sept.	100	142900	Octobr.	9	7392	«	Pr. S/R sur N/ville .	15	Novemb	30	221760
		12381	«					1580868			14307	«					1367375
		29	65	Pr. solde du nombre 213493 divisé par 7200 (§. 525).		«	«	. . . .					Pr solde des nombres.		«	«	213493
		1896	35	Pr. solde en sa faveur.	15	Décemb		. . . .									
		14307	«					1580868			14307	«					1580868

Sauf erreur et omission, le solde du présent compte se monte à *dix-huit cent quatre-vingt-seize francs trente-cinq centimes.*

Le Hâvre, le 15 Décembre 1818.

J'ai d'abord écrit les articles tant au débit qu'au crédit dans l'ordre des dates où Paul, qui est supposé remettre le compte à Étienne, a passé les écritures chez lui. Ensuite j'ai dit, en commençant par le premier article du crédit:

Depuis le 30 mai, où Paul a encaissé les 4529 fr. de la remise d'Étienne, jusqu'au 15 décembre suivant, époque de la clôture du compte, il s'est écoulé 195 jours, pendant lesquels il a joui de ces fonds. Paul doit donc à Étienne l'intérêt de 4529 fr. pendant 195 jours, ou 4529 fr. × 195/7200 (§. 525). Je place le produit 883155 des deux facteurs du numérateur de cette expression fractionnaire, à la colonne des nombres, me réservant de faire la division par 7200, à la fin de toutes les opérations.

J'ai dit ensuite, en passant au second article du crédit :

Depuis le 25 août, où Paul a encaissé les 2386 f. qu'il a tirés sur Étienne, jusqu'au 15 décembre suivant, époque de la clôture du compte, il s'est écoulé 110 jours, pendant lesquels il a joui de ces fonds. Paul doit donc à Étienne l'intérêt de 2386 f. pendant 110 jours, ou 2386 fr. × 110/7200 (§. 525). Je place le produit 262460 des deux facteurs du numérateur de cette expression fractionnaire à la colonne des nombres, me réservant de faire la division par 7200 à la fin de l'opération.

Passant ensuite au troisième article du crédit, j'ai dit :

Depuis le 15 novembre, où Paul a encaissé les

7392 fr. de la remise d'Étienne jusqu'au 15 décembre suivant, époque de la clôture du compte, il s'est écoulé 37 jours, pendant lesquels il a joui de ces fonds. Paul doit donc à Étienne l'intérêt de 7392 fr. pendant 30 jours, ou 7392 f. × 30/7200 (§. 525). Je place le produit 221760 des deux facteurs du numérateur de cette expression fractionnaire à la colonne des nombres, me réservant de faire la division par 7200 à la fin de toutes les opérations.

Passant ensuite au premier article du débit, j'ai dit :

Depuis le 7 juillet, où Étienne a encaissé les 5328 fr. de sa traite sur Paul, jusqu'au 15 décembre suivant, époque de la clôture du compte, il s'est écoulé 158 jours, pendant lesquels il a joui de ces fonds. Étienne doit donc à Paul les intérêts de 5328 fr. pendant 158 jours, ou 5328 fr. × 158/7200 (§. 525). Je place le produit 841824 des deux facteurs du numérateur de cette expression fractionnaire à la colonne des nombres, me réservant de faire la division par 7200 à la fin de toutes les opérations.

J'ai dit ensuite, en passant au second article du débit :

Depuis le 29 août, où Étienne a encaissé les 5624 fr. de son mandat sur Paul, jusqu'au 15 décembre suivant, époque de la clôture du compte, il s'est écoulé 106 jours, pendant lesquels il a joui de ces fonds. Étienne doit donc à Paul les intérêts de 5624 fr. pendant 106 jours, ou 5624 fr. × 106/7200 (§. 525). Je

place le produit 596144 des deux facteurs du numérateur de cette expression fractionnaire à la colonne des nombres, me réservant de faire la division par 7200 à la fin de toutes les opérations.

Enfin, passant au troisième article du débit, j'ai dit:

Depuis le 5 septembre, où Étienne a encaissé les 1429 fr. de la remise de Paul, jusqu'au 15 décembre suivant, époque de la clôture du compte, il s'est écoulé 100 jours, pendant lesquels il a joui de ces fonds. Étienne doit donc à Paul les intérêts de 1429 fr. pendant 100 jours, ou 1429×100/7200 (§. 525). Je place le produit 142900 des deux facteurs du numérateur de cette expression fractionnaire à la colonne des nombres, me réservant de faire la division par 7200 à la fin de toutes les opérations.

Ayant ainsi épuisé, tant au débit qu'au crédit, tous les articles qui entrent dans la composition de ce compte, j'ai additionné au débit et au crédit les colonnes des francs et des nombres.

Le total de la colonne des francs au débit, indépendamment des intérêts, est de 12381.

Le total de la colonne des nombres au débit est de 1580868.

Le total de la colonne des francs au crédit est de 14307 fr.

Le total de la colonne des nombres au crédit est de 1367375.

Je cherche la différence entre les nombres du débit et ceux du crédit, et je trouve 213493

en faveur du débit, en sorte que l'intérêt du débit surpasse celui du crédit; et pour trouver l'intérêt de cette différence, je divise 213493 par 7200 en vertu du principe du §. 525; je trouve 29 fr. 65 c., à moins d'1 centime près, que je porte au débit.

J'additionne l'intérêt 29 fr. 65 c. avec le capital du débit; je retranche du capital du crédit la somme que j'obtiens; et avec la différence 1896 fr. 35 c., je solde le compte, c'est-à-dire que je le joins au débit, pour en rendre le total général égal au crédit.

De l'Escompte.

529. L'*escompte*, qui est une espèce d'intérêt, est la réduction que subit une somme lorsqu'on la paie avant le jour auquel elle est due. Qu'est-ce que l'escompte?

Ainsi, *escompter*, c'est déduire d'une somme les intérêts qui y ont été compris. Que signifie le mot *escompter*?

L'escompte se calcule ordinairement sur un taux annuel plus fort que l'intérêt proprement dit, et embrasse le plus souvent un espace de temps qui n'excède pas trois mois. A quel taux se calcule ordinairement l'escompte, et quelle durée de temps embrasse-t-il ordinairement?

Cependant on peut escompter pour une durée de temps quelconque. La durée de temps pour l'escompte est-elle limitée?

Le taux de l'escompte en France est ordinairement à raison de 9 % par an, quoique l'escompte légal ne se fasse pas au-dessus de 6 %. A quel taux est ordinairement l'escompte en France?

Les lettres-de-change et autres effets de commerce sont les papiers sur lesquels s'exerce principalement l'escompte. Quels sont les papiers sur lesquels s'exerce principalement l'escompte?

Comment faut-il faire pour escompter une somme, si l'on veut être juste et conséquent?

530. Pour escompter une somme, il faut, si l'on veut être juste et conséquent, prendre l'intérêt de cette somme en dehors et non en dedans, et le retrancher de cette somme.

Lorsqu'une somme n'est pas encore payable, qu'est-elle censée renfermer?

Car puisque la somme n'est pas encore payable (§. 529), elle est censée renfermer l'intérêt à dater du jour auquel on escompte jusqu'au jour où l'on doit la payer.

Je suppose qu'il soit question d'escompter à raison de 5 o/o par an, une somme prêtée qui avec les intérêts se monte à 4524 fr., et dont le paiement n'est exigible que dans un an.

De combien de fois 105 fr. se compose une somme à escompter à raison de 5 o/o par an?

Il est clair que la somme à escompter se compose d'autant de fois 105 fr. que la somme prêtée contient de fois 100 fr., et que par conséquent on saura combien l'escompteur aura à débourser, en faisant une proportion dont le premier terme sera le nombre 100 augmenté du taux de l'escompte, le second terme le nombre 100, le troisième terme la somme à escompter, et le quatrième, qui est le terme cherché, la somme à débourser.

Quel est l'ordre des termes d'une proportion par laquelle on cherche combien l'escompteur d'une somme à raison de 5 o/o par an, doit débourser?

Ainsi nous aurons la proportion:

$$105^{f} : 100^{f} : : 4524^{f} : x = 4308^{f}\ 57^{c}\ 1/7.$$

L'escompteur aura donc à débourser 4308 fr. 57 c. 1/7, qui est le quatrième terme cherché.

Quelle manière de prendre l'escompte l'usage a-t-il mal-à-propos consacrée?

531. Ici l'usage n'a pas voulu se soumettre au bon sens; car on prend ordinairement l'escompte en dedans, et l'on altère ainsi au profit de l'escompteur le taux de l'intérêt auquel on prétend cependant se conformer.

Voici comment raisonnent ceux qui comptent l'intérêt en dedans, en prenant le même exemple que ci-dessus :

Comment raisonnent ceux qui prennent l'intérêt en dedans pour escompter une somme à raison de 5 o/o par an, afin de chercher le quatrième terme d'une proportion, qui indique la somme à débourser ?

Si 100 fr. se réduisent à 95 fr., à combien se réduiront 4524 fr. ?

$$100^{f} : 95^{f} :: 4524^{f} : x = 4297^{f}\ 80^{c}.$$

Le quatrième terme de cette proportion étant 4297 fr. 80 c., diffère du quatrième terme de la proportion précédente de 10 fr. 77 c. 1/7 en moins, et cette différence est une véritable fraude que commet l'escompteur si on le juge d'après ce qu'il affirme ; or, il affirme dans cet exemple qu'il escompte à 5 %.

532. Quand on a, au moyen du §. 530, trouvé la somme que l'escompteur a à débourser, pour savoir quel est le montant de l'escompte, on soustrait de la somme à escompter ; la différence se trouvera être le montant de l'escompte.

Quand on a trouvé la somme que l'escompteur doit débourser, que fait-on pour savoir quel est le montant de l'escompte ?

533. *Prendre l'intérêt en dehors* c'est donc escompter en fesant une proportion dont le premier terme est le nombre 100, augmenté du taux de l'intérêt, le second le nombre 100, et le troisième la somme à escompter.

Qu'est-ce que prendre l'intérêt en dehors dans l'escompte ?

534. Tandis que *prendre l'intérêt en dedans* c'est faire un escompte vicieux au moyen duquel on établit une proportion dont le premier terme est le nombre 100, le second le nombre 100, moins le taux de l'intérêt, et le troisième la somme à escompter.

Qu'est-ce que prendre l'intérêt en dedans pour l'escompte ?

Quand on a trouvé la somme que l'escompteur doit débourser en escomptant pour une année, comment obtient-on la somme que l'escompteur doit débourser en escomptant pour un nombre quelconque de jours?

535. Quand on a trouvé, au moyen du principe du §. 530, la somme que l'escompteur doit débourser en escomptant pour une année, on obtient la somme que l'escompteur doit débourser en escomptant pour un nombre quelconque de jours, par une proportion dont le premier terme est 360, nombre de jours de l'année commerciale; le second, le nombre de jours pour lesquels on veut escompter; et le troisième la différence entre la somme à escompter pour une année et la somme à débourser pour le même espace de temps.

Le quatrième terme sera la quantité à soustraire de la somme à escompter, et la différence sera la somme que l'escompteur aura à débourser.

Ainsi, pour savoir combien l'escompteur a à débourser en escomptant à 5 % par an pour 88 jours la somme de 4524 fr. susmentionnée, on fait la proportion suivante:

```
                        f          f  c            f  c
                        360 : 88 :: 215,42.1/7 : x = 52,66.2/63.
                                      88
                               ____________
                                 172335
                                172336
                                     75.3/7
                              ______________
                                    f  c
Produit des deux moyens.        18957,71.3/7 |  360
                                  957        |__________
                                  2377           f  c
                                   2171         52,66.2/3 4me. terme.
                                     11             360
                                      7         ___________
                                ________        315960
                                   80/7         15798
                                     360           11.3/7
                                ________        ___________
                                                   f  c
                                                18957,71.3/7 { Produit des
                                80/2520=2/63                 { deux extrê-
                                ____________                 { mes et preu-
                                                             { ve.
```

Le quatrième terme 52 fr. 66 c. 2/63, est la quantité qu'il faut soustraire de la somme à escompter, et la différence est la somme que l'escompteur doit débourser.

536. Quelquefois l'on n'a pas égard à la durée du temps en fesant l'escompte, et alors l'opération est très simple; elle se réduit ordinairement à une simple multiplication en vertu des §§. 512 et 513, car on prend le tant pour cent.

Comment fait-on l'opération de l'escompte lorsqu'on n'a pas égard à la durée du temps?

Exercices.

Escompter en dehors:

1°. 7584 fr. pour 76 jours, à raison de 5 % par an, c'est-à-dire déterminer la somme que l'escompteur doit débourser et le montant de l'escompte.

2°. 25684 fr. pour 90 jours, à raison de 6 % par an, et remplir les mêmes conditions que celles de l'exercice précédent.

Escompter en dedans:

1°. 36529 fr. pour 36 jours, à raison de 9 % par an, ou déterminer la somme que l'escompteur doit débourser, et le montant de l'escompte.

2°. 25334 fr. pour 48 jours, à raison de 6 % par an, ou déterminer la somme que l'escompteur doit débourser et le montant de l'escompte.

De la Tare.

537. Lorsque l'on vend une marchandise dans son enveloppe, qui peut être un sac, une caisse, une futaille ou autre chose, on la laisse ordinairement dans son enveloppe, que l'on ne pèse pas

séparément, mais on déduit du poids total le poids présumé de l'enveloppe, en rabattant tant pour cent.

Qu'appelle-t-on *tare*?

538. Cette déduction s'appelle *tare*.

La tare est-elle toujours la même?

C'est l'usage qui règle la tare, qui est plus ou moins forte, suivant les circonstances.

Accorde-t-on toujours la tare?

539. Il y a des cas où l'on n'accorde pas de tare.

Comment s'appelle le poids de la marchandise confondu avec celui de l'enveloppe?

540. Le poids de la marchandise confondu avec celui de l'enveloppe s'appelle *poids brut*.

Comment s'appelle le poids de la marchandise, indépendant de l'enveloppe?

541. Le poids de la marchandise indépendant de l'enveloppe se nomme *poids net*.

542. Si l'on suppose que le poids brut contienne 10 kilogrammes d'enveloppe sur chaque cent kilogrammes de marchandise, il est clair que pour trouver le poids net, je dois faire une proportion dans le même sens que celle où l'on cherche la somme qu'un escompteur doit débourser en prenant l'intérêt en dehors (§. 530), c'est-à-dire que le premier terme de la proportion doit être le nombre 100 augmenté de 10 kilogrammes, le second le nombre 100, et le troisième le nombre proposé.

Exemple.

J'ai acheté 28 boucauts de café, du poids brut de 52844 kilogrammes; combien dois-je payer net, en supposant que les boucauts pèsent 10 kilogrammes pour chaque 100 kilogrammes de café?

```
 k     k       k
110 : 100 :: 52844 : x.
               100
              -----
Produit des deux moyens: 5284400 | 110
                          884    |----------
                           4400  |   k
                           0000    48040, 4me. Terme.
    4804
     1100
  ----------
    480400
   4804
  ----------
   5284400 Produit des deux extrêmes et preuve.
```

543. Mais si l'on est convenu de prendre le tant pour cent du poids brut pour le diminuer du poids total, et de regarder la différence comme le poids net des marchandises, l'opération se réduit à séparer par une virgule les deux derniers chiffres des entiers du nombre qui représente le poids, et à multiplier le résultat par le tant pour cent, selon le principe du §. 513, pour retrancher ensuite le produit du nombre brut.

Exemple.

J'ai acheté 56 boucauts (1) de café du poids brut de 112528 kilogrammes, combien dois-je payer net en rabattant 10 % du poids brut?

1 % = 1125 k. 28 (§. 510).

Donc

10 % = 11252 k. 8 (§. 513).

```
             112528 k. 0
              11252    8
            -------------
Différence.  101275 k. 2
```

(1) Un boucaut est un tonneau moyen qui sert à recevoir des marchandises non liquides.

Je dois donc payer net 101275 k. 2 hectogrammes.

Exercices.

J'ai acheté 125 boucauts de café du poids brut de 244634 kilogr.; combien dois-je payer net en rabattant 12 0/0 du poids brut?

De l'Assurance.

Qu'appelle-t-on assurance?

544. On appelle *assurance* un engagement par lequel un assureur garantit au propriétaire d'un vaisseau ou de marchandises tous les risques jusqu'au lieu de destination des objets assurés, moyennant un prix convenu.

Quel but peut-on se proposer dans une assurance?

Cette assurance peut avoir deux buts.

555. 1°. De faire perdre à l'assuré le prix convenu, tout en lui garantissant sa marchandise que l'on est tenu de lui rembourser en cas de sinistre, de manière que soit que les objets parviennent sains et saufs jusqu'à destination, soit qu'ils soient perdus, l'assuré fait le sacrifice du prix convenu;

546. 2°. De ne faire supporter à l'assuré le prix convenu qu'autant que les objets assurés parviennent sains et saufs jusqu'à destination, en lui remboursant un capital égal à la somme du prix convenu et du capital assuré.

Qu'appelle-t-on assurance simple, et que signifie le mot *prime*?

547. Dans le premier cas, l'assurance s'appelle *simple*, et le prix convenu *prime*.

Qu'entend-on par assurance avec prime de la prime?

548. Dans le second cas, c'est une assurance avec prime de la prime.

Exemple pour le premier cas.

J'ai fait assurer à 15 % de prime 45675 fr. de marchandises arrivées en bon état jusqu'à destination, combien dois-je payer aux assureurs ?

Pour satisfaire à cette question, il suffit de prendre les 15 % de 45675 fr.

1 % = 456 f. 75 c. (§. 510).

Donc

15 % = 456 f. 75 c. × 15 = 6851 f. 25 c.

Je dois donc payer aux assureurs 6851 f. 25 c.

Exemple pour le second cas.

J'ai fait assurer à 18 % avec prime de la prime 25634 fr. de marchandises ; quelle est la somme que les assureurs doivent me donner en cas de *sinistre* ?

Pour la connaître, je commence par supposer un capital de 100 fr., duquel retranchant 18 fr. pour le prix convenu, il me reste 82 fr., ensuite je dis :

Si pour 82 fr. je dois recevoir 100 fr. pour me couvrir du prix convenu de 18 fr. que j'ai déboursé pour 25634 fr. que j'ai fait assurer, combien dois-je recevoir?

Je fais donc la proportion suivante :

82 f : 100 c :: 25634 f : x = 31260 f, 97 c. 23/41

25634
100

2563400 | 82
103 | 31260 f, 97 c. 23/41 4me. Terme.
214
500
8000
620
46/82 = 23/41

31260 f, 97 c. 23/41
25634, 00. 0

Reste 5626 f 97 c. 23/41

31260 f, 97 c. 23/41
18

2400 8776
3126 097
10. 4/41

18 o/o de 31260 f, 97 c. 23/41 = 5526, 97, 56. 4/41 = 5526 f, 97 c, 23/41 Preuve.

Le quatrième terme 31260 fr. 97 c. 23/41 de la proportion est la somme que les assureurs doivent me donner en cas de sinistre, en y comprenant les 18 % de cette somme, supposé qu'ils aient touché les 18 % de cette même somme selon le prix convenu de cette espèce d'assurance. Si le prix convenu est resté entre mes mains, ils me doivent la susdite somme, moins le prix convenu, c'est-à-dire moins 5526 f. 97 c. 23/41.

J'ai pris cet exemple au hasard, mais il suffit de connaître le principe.

Exercices.

J'ai fait assurer à 28 % de prime 274575 fr. de marchandises arrivées en bon état jusqu'à

destination; combien dois-je payer aux assureurs?

J'ai fait assurer à 33 % avec prime de la prime 228534 fr. de marchandises; quelle est là somme que les assureurs doivent me donner en cas de sinistre, supposé que je leur aie payé la prime d'avance?

Des Avaries.

549. Le mot *avarie* désigne le dégât survenu à un navire et aux marchandises qu'il contient depuis leur départ jusqu'à leur retour. Que signifie le mot *avarie?*

550. On appelle *avarie grosse et commune* celle qui concerne à-la-fois le vaisseau et les marchandises. Qu'appelle-t-on avarie grosse et commune?

551. On nomme *avarie simple* celle qui ne regarde que le vaisseau ou les marchandises. Qu'est-ce que l'avarie simple?

Un navire de la valeur de 500000 fr., avec sa cargaison, a éprouvé pour 25000 fr. d'avaries; combien chaque propriétaire perd-il pour cent?

Chaque propriétaire doit perdre sur un capital de 100 francs à proportion de ce qu'il perd sur toute la somme pour laquelle il est intéressé; or, on saura ce qu'il perd sur 100 francs, en fesant une proportion dont le premier terme soit la valeur totale du navire et de la cargaison, le second 100 francs, et le troisième le montant des avaries. Quelle règle de proportion fait-on pour savoir combien les propriétaires de navires et de cargaisons perdent pour cent lorsque l'on connaît le montant des avaries?

Dans le cas actuel, la proportion sera donc :

$500000 \text{ fr.} : 100 \text{ fr.} :: 25000 \text{ fr.} : x = 5.$

De l'Alliage.

Quel but peut-on se proposer dans les questions sur l'alliage?

552. Dans les questions sur l'alliage, on peut se proposer deux buts.

553. 1°. De trouver la valeur moyenne de plusieurs espèces d'objets dont le nombre et la valeur particulière de chacun sont connus;

554. 2°. De trouver les qualités de chaque espèce d'objets qui entrent dans un ou plusieurs mélanges, lorsqu'on connaît le prix ou la valeur de chaque espèce, et le prix ou la valeur totale de chaque mélange.

Comment fait-on pour obtenir la valeur moyenne de plusieurs espèces d'objets dont le nombre et la valeur particulière de chacun sont connus?

555. Pour obtenir la valeur moyenne de plusieurs espèces d'objets dont le nombre et la valeur particulière de chacun sont connus, il faut multiplier la valeur de chaque espèce d'objets par le nombre total des objets, ajouter tous les produits, et diviser la somme par le nombre total des objets de chaque espèce.

Exemple.

Un marchand de vin a mêlé ensemble 500 bouteilles de vin, dont 80 lui ont coûté à raison de 25 centimes, 160 à raison de 45 centimes, 120 à raison de 65 centimes, et 140 à raison de 85 centimes chacune; à combien lui revient une bouteille du mélange?

Opération.

80 bouteilles à 25 c. chacune	2000 c.
160 bouteilles à 45 c. chacune	7200
120 bouteilles à 65 c. chacune	7800
140 bouteilles à 85 c. chacune	11900
Nombre total des bouteilles 500	Prix total des bouteilles 28900 c.

Puisque le nombre total des bouteilles est de 500, et que le prix total est de 28900 c., il est clair qu'une bouteille du mélange coûtera la 500me partie de 28900 c. Divisant 28900 c. par 500, je trouve 57c,4/5 pour quotient.

Donc une bouteille du mélange coûte 57 cent. et 4/5 de centime.

556. Pour faire la preuve, on n'a qu'à opérer par sous et deniers, en les considérant, non comme des sous-multiples de la livre tournois, mais comme des sous-multiples du franc, de manière à compter 20 sous pour le franc, et 12 deniers pour le sou, par déférence pour l'usage qui a conservé aux nouvelles valeurs les dénominations anciennes dans les relations ordinaires.

Opération.

80 bouteilles à	5 s. chacune.	400 s.
160 bouteilles à	9 s. chacune.	1440
120 bouteilles à	13 s. chacune.	1560
140 bouteilles à	17 s. chacune.	2380

Nombre total des bouteilles. 500 Prix total des bouteilles. 5780 s.

```
   s.
5780 | 500
 780 |------
 280 |  s  d
  12 | 11.6.18/25 Prix d'une bouteille du mélange.
----
3360
 360/500=18/25
```

Ainsi, une bouteille du mélange coûte en sous et deniers, considérés comme sous-multiples du franc et non de la livre tournois, 11s 6d 8/25.

Pour que l'opération soit juste, il faut donc que 57c,4/5 soit égal à 11s 6d 18/25.

557. Afin de m'en assurer, je dis :

Comme 1 centime est égal à la 5me partie de de 12 deniers (§. 556) ou 12/5 de denier, j'aurai pour la valeur de 57 centimes 12d/5 × 57, ou (en effectuant la multiplication) 684d/5; à quoi, ajoutant 4/5 de centime ou (§. 556) 48/25 de denier, j'obtiens pour le prix d'une bouteille du mélange 684d/5 + 48d/25.

Réduisant ces deux fractions au même dénominateur 25, en multipliant les deux termes de la première par 5, et additionnant, je trouve pour le prix d'une bouteille du mélange exprimé en 25mes de denier

3468d/25.

Transformant ensuite 1 l.s 6d 18/25, prix d'une bouteille du mélange, en 25mes de denier, j'obtiens également :

3468d/25.

D'où je conclus que les 2 opérations sont justes.

Exercices.

Un marchand de bas m'a vendu 36 paires de bas de différens prix dont 16 m'ont coûté à raison de 2 fr. 45 c.; — 12 à raison de 1 fr. 75 c.; — 6 à raison de 3 fr. 35 c.; — et 8 à raison de 4 fr. 55 c. la paire; à combien me revient le le prix moyen de chaque paire?

Un marchand a acheté 25 pièces de rubans de différens prix, dont 8 à raison de 8 fr. 35 c.; — 12 à raison de 9 fr. 75 c.; — et 5 à raison de 14 fr. 65 c. la pièce; à combien lui revient le prix moyen de chaque pièce?

Faire la preuve de ces deux exercices en employant le moyen fourni au §. 546.

558. Un marchand a des liqueurs de deux qualités, savoir : à 1 fr. 25 c. et à 85 c. le flacon ; il voudrait les mêler ensemble pour obtenir une troisième qualité moyenne à 95 c. le flacon ; combien doit-il employer de flacons de chaque qualité pour se procurer un mélange de ce prix ?

Opération.

f c		Flacons		f c		f c
1,25	95	10	à	1,25	=	12,50
0,85		30	à	0,85	=	25,50
		40 Flacons	à	0,95	=	38,00

J'ai disposé les qualités données sur une ligne verticale, et écrit à côté le prix du mélange demandé, qui est 95 cent. J'ai retranché 95 c. de 1 fr. 25 c., prix supérieur, et j'ai porté la différence 30 c. vis-à-vis 85 c., prix inférieur.

J'ai retranché également 85 c., prix inférieur, de 95 c., prix du mélange demandé, et j'ai porté là la différence 10 c. vis-à-vis le prix supérieur 1 fr. 25 c.

Considérant ensuite ces différences 10 et 30 comme des nombres abstraits, je les ai additionnées, et leur somme 40 m'apprend qu'en mêlant 10 flacons de liqueur du prix de 1 fr. 25 c. chacun à 30 flacons de liqueurs du prix de 85 c. chacun, j'obtiens un mélange dont le flacon est du prix de 95 c.

En effet, en multipliant 1 fr. 25 c. par 10 fla-

cons, j'ai obtenu pour produit...... 12 f. 50 c.

En multipliant 85 c. par 30 flacons, j'ai trouvé pour produit.......... 25 50

Réunissant ces deux produits, j'ai trouvé pour somme.............. 38 f. 00

En multipliant le prix 95 c. de la troisième qualité moyenne par 40 flacons, j'ai trouvé pour produit 38 fr. 00 c.

Donc j'ai répondu aux conditions de la question.

Exercices.

559. Un épicier a deux espèces de cafés; l'une à 2 fr. 40 c. la livre, l'autre à 3 fr. 50 c. Il voudrait les mêler ensemble pour en obtenir une troisième qualité du prix moyen de 3 fr.; combien doit-il employer de livres de chaque qualité pour se procurer un mélange de ce prix?

560. Un confiseur a deux sortes de chocolats; l'une à 6 fr. la livre, l'autre à 2 fr. 55 c. Un particulier voulant en faire une provision, désirerait que le nombre total de livres de l'une et de l'autre espèce ensemble fût tel que chaque livre lui revînt à 3 fr.; combien doit-il en acheter de livres de chaque espèce?

561. Un marchand a deux qualités de vins, savoir : à 1 fr. 25 c. et à 1 fr. 60 c. le litre. Il voudrait en faire un mélange pour pouvoir le donner à 1 fr. 50 c. le litre; combien faut-il qu'il emploie de l'un et de l'autre prix pour obtenir un pareil mélange?

562. Une laitière vend de la crême et du lait, savoir : de la crême à 70 cent. et du lait à 50 cent. le litre. Elle voudrait mêler le tout de manière à pouvoir donner le litre à 55 centimes; combien faut-il qu'elle emploie de litres de crême et de lait pour obtenir un pareil mélange?

563. Un boulanger a de la farine de deux qualités, savoir : à 20 cent. et à 35 cent. le litre. Combien emploiera-t-il de litres de chaque qualité pour opérer un mélange qu'il puisse vendre à 25 cent. le litre?

Aperçu sur les Eaux-de-vie et sur les Esprits.

564. La meilleure eau-de-vie est celle appelée *eau-de-vie de vin.* Quelle est la meilleure eau-de-vie?

Il s'en fabrique en France, année commune, pour une valeur d'environ 60 millions de francs. Pour quelle somme se fabrique-t-il en France de l'eau-de-vie de vin, année commune?

565. L'eau-de-vie se désigne principalement par *simple* et par *double.* Quelles sont les deux principales désignations de l'eau-de-vie?

566. L'on appelle *eau-de-vie double* celle qui est au-dessus de 22 degrés, jusqu'à 32 inclusivement. Qu'appelle-t-on eau-de-vie double?

567. L'on nomme *eau-de-vie* simple celle qui va de 18 à 22 degrés inclusivement. Qu'est-ce que l'eau-de-vie simple?

568. Au-dessus du 32me degré, l'eau-de-vie prend le nom d'esprit de vin. Quel nom prend l'eau-de-vie au-dessus du 32me degré?

569. L'eau-de-vie appelée *preuve de Hollande* est l'eau-de-vie ordinaire du commerce, communément de 18 degrés, et sert de point de comparaison pour toutes les eaux-de-vie appelées 5/6, 3/6, 3/4, etc., que l'on prononce ainsi: Qu'est-ce que l'eau-de-vie appelée *preuve de Hollande?*

cinq-six, trois-six, trois-quatre, et non cinq-sixièmes, trois-sixièmes, trois-quarts, etc.

18 degrés représentent donc l'unité d'eau-de-vie, comme un gramme représente l'unité de poids, comme un mètre représente l'unité de mesure linéaire, etc.

Par quel symbole représente-t-on l'eau-de-vie à 18 degrés?

570. Ainsi, quand on dit *de l'eau-de-vie à 18 degrés*, c'est comme si l'on disait *de l'eau-de-vie à 6/6, à 4/4*, etc.

Que représente la différence entre le numérateur et le dénominateur d'une fraction par laquelle on désigne l'eau-de-vie de tel ou tel degré?

571. La différence entre le numérateur et le dénominateur d'une fraction par laquelle on désigne l'eau-de-vie de tel ou tel degré, représente ce qui manque d'eau à cette eau-de-vie pour qu'elle soit aussi faible que celle de 18 degrés.

Comment fait-on pour connaître la quantité d'eau pure qu'il faut ajouter à l'eau-de-vie représentée par une fraction pour que cette eau-de-vie soit aussi faible que celle de 18 degrés?

572. La fraction qui exprime l'eau-de-vie de tel ou tel degré, la désigne toujours supérieure à celle de 18 degrés prise pour unité; et pour savoir la quantité d'eau pure qu'il faut ajouter à l'eau-de-vie représentée par cette fraction, pour que cette eau-de-vie soit aussi faible que celle de 18 degrés, il faut multiplier la fraction proposée par une fraction qui ait pour numérateur la différence du numérateur et du dénominateur de la fraction proposée, et pour dénominateur le numérateur de la fraction proposée; le produit sera le complément (§. 100) de la fraction proposée.

Ainsi, pour faire avec du 5/6 de l'eau-de-vie à 18 degrés, je prends la différence du numérateur 5 et du dénominateur 6; c'est 1. Comme 1/6 est la 5me partie de 5/6, je multiplie 5/6 par 1/5; j'ai pour produit 5/30 ou (en simplifiant l'expres-

sion) 1/6, c'est-à-dire le complément de la fraction 5/6.

Pour faire avec du 3/6 de l'eau-de-vie à 18 degrés, je prends la différence du numérateur 3 et du dénominateur 6; c'est 3. Comme 3/6 est égal à 3/6, j'apprends par-là qu'il faut que j'ajoute à l'eau-de-vie représentée par les 3/6 une quantité d'eau égale à la quantité de cette eau-de-vie.

Veut-on que je fasse de l'eau-de-vie à 3/5, je prends la différence du numérateur 3 et du dénominateur 5; c'est 2. Or, 1/5 étant le 1/3 de 3/5, 2/5 sont les 2/3 de 3/5; je multiplie donc 3/5 par 2/3; j'ai pour produit 6/15, ou (en simplifiant l'expression) 2/5, c'est-à-dire le complément de la fraction 3/5.

573. Pour faire l'application de ces principes, soit proposé de faire de l'eau-de-vie à 18 degrés avec du 3/7 du poids de 21 kilogrammes.

Je prends la différence du numérateur 3 et du dénominateur 7; c'est 4.

Comme 1/7 est le 1/3 de 3/7, 4/7 seront les 4/3 de 3/7; mais 3/7 représentent 21 kilogrammes; donc 4/7 représentent 21 kilogrammes, plus 1/3 de 21 kilogrammes ou 7 kilogrammes, qui, étant additionnés, donnent pour somme 28.

Donc il faut mêler 28 kilogrammes d'eau pure à 21 kilogrammes d'eau-de-vie 3/7 pour obtenir de l'eau-de-vie à 18 degrés.

Je fais ici abstraction des accidens chimiques qui peuvent altérer l'eau-de-vie que l'on veut

obtenir, ne m'occupant que de la partie mathématique.

Comment se nomme l'instrument qui sert à constater quel est le degré ou titre de telle ou telle eau-de-vie, et de quoi se combine-t-il?

574. L'instrument qui sert à constater quel est le degré ou titre de telle ou telle eau-de-vie s'appelle *pèse-liqueur*. Il se combine du thermomètre de Réaumur et de l'aréomètre.

575. L'eau-de-vie appelée *preuve d'huile* est ordinairement de 23 degrés.

Dans quel rapport est le titre de l'eau-de-vie avec la fraction qui le représente?

576. Le titre de l'eau-de-vie est d'autant plus élevé que la fraction qui le représente est plus petite et exige par conséquent une plus grande quantité d'eau pour obtenir de l'eau-de-vie à 18 degrés.

Voici onze qualités d'eau-de-vie exprimées par des fractions écrites dans l'ordre de leur force, en commençant par le degré le plus faible.

$5/6, 4/5, 3/4, 2/3, 3/5, 4/7, 5/9, 6/11, 3/6, 3/7, 3/8.$

Exercice.

Quelle quantité d'eau pure faut-il ajouter respectivement à 8 kilogrammes d'eau-de-vie de chacune des qualités ci-dessus, pour avoir de l'eau-de-vie à 18 degrés?

La solution de cette question est la construction d'une table pour les eaux-de-vie.

Du Veltage (1) *des eaux-de-vie et des esprits.*

577. Dans le commerce on cote le prix des eaux-de-vie de deux manières à-la-fois, savoir : à *tant* l'hectolitre et à *tant* les 27 veltes; en sorte que l'on se trouve continuellement appelé à comparer le prix de l'hectolitre à celui des 27 veltes, et celui des 27 veltes à celui de l'hectolitre.

Comment cote-t-on, dans le commerce, le prix des eaux-de-vie?

578. Le prix de 100 fr. l'hectolitre correspond à 201 fr. 10 c. les 27 veltes, à moins d'1 centime près.

A quelle somme le prix de cent francs l'hectolitre correspond-il pour 27 veltes?

579. Le prix de 100 fr. les 27 veltes correspond à 49 fr. 71 c. l'hectolitre, à moins d'1 centime près.

A quelle somme le prix de cent francs les 27 veltes correspond-il pour un hectolitre?

580. Lorsque le prix des eaux-de-vie est donné à tant les 27 veltes, et que l'on veut connaître le prix correspondant à l'hectolitre, il faut multiplier le prix des 27 veltes par 4971, et séparer les deux derniers chiffres du produit par une virgule, et diviser le résultat par 100.

Lorsque le prix des eaux-de-vie est donné à tant les 27 veltes, comment fait-on pour connaître le prix correspondant à l'hectolitre?

581. Lorsque le prix des eaux-de-vie est donné à tant l'hectolitre, et que l'on veut connaître le prix correspondant aux 27 veltes, il faut multiplier le prix de l'hectolitre par 20117, séparer les deux derniers chiffres du produit par une virgule, et diviser le résultat par 100.

Lorsque le prix des eaux-de-vie est donné à tant l'hectolitre, que faut-il faire pour connaître le prix correspondant aux 27 veltes?

(1) La velte vaut 8 pintes de Paris.

Combien vaut la velte en pintes de Paris?

La pinte de Paris, en mesure nouvelle, est de 0 litre 9313.

Combien vaut la pinte en mesure métrique?

Le litre, évalué en pintes de Paris, est de 1 pinte 0737.

Combien vaut le litre en pintes de Paris?

Exercices.

27 veltes d'eau-de-vie m'ont coûté 238 fr., à combien est-ce l'hectolitre?

27 veltes d'eau-de-vie m'ont coûté 284 fr., à combien est-ce l'hectolitre?

1 hectolitre d'eau-de-vie m'a coûté 119 fr., à combien est-ce les 27 veltes?

1 hectolitre d'eau-de-vie m'a coûté 142 fr., à combien est-ce les 27 veltes?

De la règle de société.

Qu'est-ce que la règle de société?

582. La règle de société est destinée à répartir entre plusieurs associés, au prorata de leurs mises, le gain ou la perte provenant de leur association.

Combien faut-il faire de proportions dans la règle de société?

Il faut faire autant de proportions qu'il y a d'associés, cependant on peut se dispenser de faire la dernière en y substituant la soustraction.

Exemple.

3 personnes s'étant associées, ont fait ensemble un fonds de 18000 fr., et ont gagné 30000 fr. On demande quel est le bénéfice de chacune en particulier, en considérant que

La mise de la première est	de..	4500 fr.
Celle de la seconde	de....	6900
Et celle de la troisième	de....	6600
Total des mises....		18000

583. Pour trouver le bénéfice de chaque sociétaire, on prend pour premier terme de la proportion le total des mises; pour second terme, le bénéfice total; et pour troisième terme la mise particulière.

Que fait-on dans une règle de société pour trouver le bénéfice de chaque sociétaire ?

18000 f. : 30000 f. : : 4500 f. : x=7500 f.

30000

135000000 f.

Divisant le dividende et le diviseur par 1000

	18 f.	135000 f.
Gain du premier sociétaire	7500	90
		0000

18000 f. : 30000 f. : : 6900 f. : x= 11500 f.

30000

207000000 f.

Divisant le dividende et le diviseur par 1000

	18 f.	207000 f.
Gain du second sociétaire	11500	27
		90
		0000

18000 f. : 30000 f. : : 6600 f. : x=

30000

198000000 f.

Divisant le dividende et le diviseur par 1000

	18 f.	198000 f.
Gain du troisième sociétaire	11000	18
		00000

Gain du 1er . . . . 7500 f.
Gain du 2me 11500
Gain du 3me 11000

Gain total. . . . . 30000 f. Preuve.

Qu'appelle-t-on, en terme de banque, la mise totale des fonds de plusieurs sociétaires, et comment s'appellent les mises particulières?

584. En terme de banque, la mise totale se nomme *capital*, et le gain à partager *dividende*. Les mises particulières s'appellent *actions*.

585. La règle précédente suppose que les mises ont été faites en même temps; mais si elles avaient lieu à des époques différentes, on compterait pour chaque mise le temps qui s'est écoulé depuis qu'elle a été faite jusqu'au moment du partage, et l'on multiplierait les mises par le temps.

Exercices.

6 personnes se sont associées dans une entreprise, et ont fait ensemble un fonds de 100000 f.

La première a placé	30000 f.
La seconde	25000.
La troisième	22000.
La quatrième	4000.
La cinquième	9000.
Et la sixième	10000.

Leur bénéfice total a été de 70000 fr. Quel est le bénéfice de chacune en particulier?

Les mêmes personnes se sont associées en fesant chacune la même mise que ci-dessus et le même bénéfice général de 100000 fr., mais en versant leurs mises à des époques différentes.

La mise du premier sociétaire est restée pendant 6 mois dans la société.

Celle du second, 7 mois.

Celle du troisième, 8 mois.

Celle du quatrième, 9 mois.

Celle du cinquième, 10 mois.

Celle du sixième, 11 mois.

Quel est le bénéfice de chaque sociétaire?

Des 5 o/o consolidés.

586. On appelle 5 o/o consolidés cette partie de la dette publique que le gouvernement s'est reservé le droit de rembourser, en donnant autant de fois cent francs qu'il y a de fois 5 francs de rente annuelle, inscrits au grand-livre, rente qu'il est obligé de payer tous les six mois par moitié, tant qu'il n'a pas remboursé le capital.

Qu'appelle-t-on 5 o/o consolidés?

Cette rente se négocie à la Bourse par le ministère des agens-de-change, et quoique son nom de 5 o/o consolidés semble indiquer que l'on reçoit 5 fr. de rente pour 100 fr. de capital, ce capital peut varier sans pour cela que la rente subisse d'altération. Cette variation du capital dépend du plus ou moins d'argent dont abonde un pays, du plus ou moins de chances que l'on a de placer des fonds à un taux élevé.

Dans quel endroit se négocie la rente des 5 o/o consolidés, et par le ministère de qui se négocie-t-elle?

587. Lorsque l'on achète à la Bourse de la rente en 5 o/o consolidés au prix de 100 fr. de capital pour 5 fr. de rente, on dit dans cette circonstance que la rente est *au pair*, c'est-à-dire, que le prix de la rente répond exactement à la dénomination de cette rente.

Quelle dénomination reçoit la rente des 5 o/o consolidés lorsqu'il faut 100 fr. de capital pour obtenir 100 fr. de rente?

Quelle dénomination reçoit la rente des 5 o/o consolidés, lorsque 5 fr. de rente coûtent plus de 100 francs de capital?

588. Mais si les 5 o/o consolidés que l'on achète à la Bourse coûtent plus de cent francs de capital pour 5 francs de rente, l'on dit dans ce cas que la rente est *au-dessus du pair*.

Quelle dénomination reçoit la rente des 5 o/o consolidés lorsqu'il faut moins de 100 fr. de capital pour obtenir 5 fr. de rente?

589. Tandis que si les 5 o/o consolidés que l'on achète coûtent moins de 100 fr. pour 5 fr. de rente, l'on dit que la rente est *au-dessous du pair*.

Qu'appelle-t-on *cours des 5 o/o consolidés?*

590. Le prix que coûte à la Bourse une rente de 5 fr. en 5 o/o consolidés s'appelle le *cours des 5 o/o consolidés*.

Quel droit paie-t-on à un agent de change, pour la négociation d'une rente?

591. Le droit que l'on paie à un agent de change pour la négociation d'une rente, soit que l'on veuille la vendre ou l'acheter, est de 1/8 o/o du capital de cette rente, ou de la 800me partie du capital.

L'achat et la vente des rentes donnent lieu à plusieurs questions qu'il est indispensable de connaître, et qui appartiennent aux proportions.

Lorsque l'on veut savoir quel intérêt annuel donne un capital connu, que l'on a employé à l'achat d'une rente en 5 o/o consolidés, que faut-il faire?

592. 1o. Lorsque l'on veut savoir quel intérêt annuel donne un capital connu, que l'on a employé à l'achat d'une rente en 5 o/o consolidés, à un cours connu, abstraction faite des droits de l'agent-de-change, il faut faire une proportion dont le premier terme soit le cours de la rente, le second 5 fr., et le troisième le capital employé.

Exemple.

J'ai acheté pour 85000 fr. de capital une rente en 5 o/o consolidés au cours de 85 fr.; combien a-t-on dû me donner de rente?

85 f. : 5 f. : : 85000 f. : $x = 5000$ f.

5

|85 f. | 425000 f. produit des moyens.

Reponse. 5000 | 0000

85 f.

5000

425000 f. produit des extrêmes et preuve.

593. 2°. Quand on veut savoir quel capital on a employé pour acheter une rente connue en 5 o/o consolidés à un cours connu, abstraction faite des droits de l'agent-de-change, on fait une proportion dont le premier terme soit 5 fr., le second la rente que l'on a achetée, et le troisième le cours de la rente.

Quand on veut sa[voir] quel capital on a [em]ployé pour acheter [une] rente connue en 5 [o/o] consolidés à un co[urs] connu, que fait-on?

Exemple.

J'ai acheté 5000 fr. de rente en 5 o/o consolidés, au cours de 85 fr., au moyen d'un capital dont je ne me souviens pas; quel est ce capital?

5 f. : 5000 f. : : 85 f. : $x = 85000$ f.

5000

425000 f. Produit des moyens.

Réponse. 85000

5

425000 f. Produit des extrêmes et preuve.

594. 3°. Je suppose que l'on veuille savoir à quel cours l'on a acheté une rente connue en 5 o/o consolidés, au moyen d'un capital connu, l'on

Comment peut-on [sa]voir à quel cours l'o[n a] acheté une rente con[nue] en 5 o/o consolidés, l[ors]qu'on connaît le ca[pital]

ue l'on a employé à cet
hat ?

fait une proportion dont le premier terme soit la rente achetée, le second le capital employé, et le troisième 5.

Exemple.

J'ai acheté 5000 fr. de rente en 5 o/o consolidés, au moyen d'un capital de 85000 fr.; quel est le cours de la rente auquel j'ai acheté?

5000 f. : 85000 f. : : 5 f. : $x = 85$ f.

5

5000 | 425000 f. produit des moyens.

Réponse 85 f.

5000

425000 f. produit des extrêmes et preuve.

Exercices.

J'ai acheté 4355 fr. de rente en 5 o/o consolidés, au cours de 92 fr.; quel capital ai-je employé?

J'ai acheté 6785 fr. de rente en 5 o/o consolidés, au moyen de 108425 fr. de capital, à quel cours ai-je acheté?

J'ai employé 94535 fr. de capital pour acheter de la rente en 5 o/o consolidés au cours de 88 fr.; quelle est la rente que l'on m'a vendue?

J'ai employé un capital de 54628 fr. pour acheter de la rente: quels sont les droits que j'ai payés à l'agent-de-change?

Un agent-de-change m'ayant vendu de la rente en 5 o/o consolidés, au cours de 85 fr., m'a dit que le montant du capital de cette rente, et les droits qui lui sont dûs, se montent ensemble à 85106 fr. 25 c.; quelle est la quotité de la rente qu'il m'a vendue?

FIN DU PREMIER VOLUME.

TABLE ANALYTIQUE.

TABLE ANALYTIQUE

PAR ORDRE DE MATIÈRES.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE DES FRACTIONS DÉCIMALES.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE DES FRACTIONS VULGAIRES.

NOTIONS GÉNÉRALES SUR LES RAPPORTS ET PROPORTIONS.

FIN DE LA TABLE.



